Examen de Matemáticas 4º de ESO

Recuperación de Análisis (Junio 2004)

Problema 1 *(2 puntos)* Calcular el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 8}}{x - 3}$$

Solución:

Como no existen raices cuadradas de números negativos, calculamos los intervalos en los que $x^2 + 2x - 8 = (x - 2)(x + 4) \geq 0$:

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 2)$	$(2, +\infty)$
$x + 4$	$-$	$+$	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	$+$
$x^2 + 2x - 8$	$+$	$-$	$+$

Si ahora quitamos el punto que anula el denominador nos queda:

$$Dom\, f(x) = (-\infty, -4] \cup [2, 3) \cup (3, +\infty)$$

Problema 2 *(1,5 puntos)* Comprobar la simetría de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{x^4 + 2}$

2. $g(x) = \dfrac{4x^3 - x + 1}{x^2 + 1}$

3. $h(x) = \dfrac{2x^5}{x^2 - 1}$

Solución:

1. $f(-x) = \dfrac{2(-x)^2 - 1}{(-x)^4 + 2} = -f(x) \Longrightarrow$ par

2. $g(-x) = \dfrac{4(-x)^3 + (-x) + 1}{(-x)^2 + 1} = \dfrac{-4x^3 - x + 1}{x^2 + 1} \Longrightarrow$ ni par ni impar

3. $h(-x) = \dfrac{2(-x)^5}{(-x)^2 - 1} = -h(x) \Longrightarrow$ impar

Problema 3 *(1 puntos)* Calcular $f \circ g$ y $g \circ f$, siendo

$$f(x) = \sqrt{x-1} \text{ y } g(x) = \frac{1}{x^2}$$

Solución:

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\sqrt{x-1}\right) = \frac{1}{x-1}$$

Problema 4 *(1,5 punto)*Calcular la función inversa de $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$
Solución:

$$y = \frac{x+1}{x-1}; \quad yx - y = x + 1; \quad yx - x = y + 1; \quad (y-1)x = y + 1 \Longrightarrow$$

$$x = \frac{y+1}{y-1} \Longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

Problema 5 *(2 puntos)* Calcular los siguientes límites:

1. $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + 1}$

2. $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 13x + 10}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$

Solución:

1. $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + 1} = \frac{3}{2}$

2. $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 13x + 10}{x^3 - x^2 + 3x - 3} - \frac{3}{2}$

Problema 6 *(2 punto)*Dada la función

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ccr} 2x - 1 & \text{si} & x < 1 \\ x^2 - x + 1 & \text{si} & 1 \le x < 3 \\ x + 5 & \text{si} & 3 \le x \end{array} \right.$$

1. Dibujar la gráfica de la función.

2. Estudiar la continuidad en los puntos $x = 1$ y $x = 3$.

Solución:

1. Se dan valores y a continuación se dibuja.

2. En $x = 1$ es continua, mientras que en $x = 3$ la discontinuidad es inevitable, hay un salto.