Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2004

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 4\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (-1, 3)$, $\overrightarrow{v} = (2, 1)$ y $\overrightarrow{w} = (1, 4)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 4(-1, 3) - 2(2, 1) + (1, 4) = (-7, 14)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Calcular la distancia entre los puntos $A(1, 3)$ y $B(4, -7)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (4, -7) - (1, 3) = (3, -10); \;\; |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9 + 100} = \sqrt{109}$$

Problema 3 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(3, -1)$ y $B(15, 7)$ en cuatro partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}[(15, 7) - (3, -1)] = (3, 2)$$

$$A_1 = A + (3, 2) = (3, -1) + (3, 2) = (6, 1)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 2) = (6, 1) + (3, 2) = (9, 3)$$

$$A_3 = A_2 + (3, 2) = (9, 3) + (3, 2) = (12, 5)$$

$$B = A_3 + (3, 2) = (12, 5) + (3, 2) = (15, 7)$$

Problema 4 *(1 punto)*Encontrar el punto simétrico B de $A(-2, 3)$ respecto del punto $M(3, -4)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{-2 + x}{2} = 3 \Longrightarrow x = 8 \\ \\ \dfrac{3 + y}{2} = -4 \Longrightarrow y = -11 \end{array}\right\} \Longrightarrow (8, -11)$$

Problema 5 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(3, -1)$ y $B(5, 2)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (5, 2) - (3, -1) = (2, 3)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (3, -1) + \lambda(2, 3)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x - 3}{2} = \dfrac{y + 1}{3}$

Ecuación General: $3x - 2y - 11 = 0$

Ecuación Implícita: $y = \frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$, luego $m = -\frac{3}{2}$
Ecuación punto pendiente: $y + 1 = \frac{3}{2}(x - 3)$

Problema 6 *(1 puntos)* Hallar el punto de intersección de las rectas

$$3x + 2y + 8 = 0, \;\; 3x - y - 4 = 0$$

Solución:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 8 = 0 \\ 3x - y - 4 = 0 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = -4 \end{array} \right. \Longrightarrow (0, -4)$$

Problema 7 *(1 punto)*Calcular el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{u} = (1, 3)$ y $\overrightarrow{v} = (5, 1)$.
Solución:

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = |\overrightarrow{u}| \cdot |\overrightarrow{v}| \cos\alpha$$

$$5 + 3 = \sqrt{10}\sqrt{26}\cos\alpha \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{8}{\sqrt{260}} \Longrightarrow \alpha = 60^{o}15'18''$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3, -2)$ y radio $r = 3$
Solución:

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 3^2 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 16 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left. \begin{array}{l} m = -2a = -4 \Longrightarrow a = 2 \\ n = -2b = 6 \Longrightarrow b = -3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = -16 \Longrightarrow r = \sqrt{29} \end{array} \right\} \Longrightarrow C(2, -3) \;\; r = \sqrt{29}$$