

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2004

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (1, -1)$, $\vec{v} = (-3, 2)$ y $\vec{w} = (2, 1)$

Solución:

$$\vec{z} = 3(1, -1) - (-3, 2) + 2(2, 1) = (10, -3)$$

Problema 2 (1 puntos) Calcular la distancia entre los puntos $A(-3, 2)$ y $B(5, -2)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (5, -2) - (-3, 2) = (8, -4); |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

Problema 3 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(1, 1)$ y $B(5, 9)$ en cuatro partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}[(5, 9) - (1, 1)] = (1, 2)$$

$$A_1 = A + (1, 2) = (1, 1) + (1, 2) = (2, 3)$$

$$A_2 = A_1 + (1, 2) = (2, 3) + (1, 2) = (3, 5)$$

$$A_3 = A_2 + (1, 2) = (3, 5) + (1, 2) = (4, 7)$$

$$B = A_3 + (1, 2) = (4, 7) + (1, 2) = (5, 9)$$

Problema 4 (1 punto) Encontrar el punto simétrico B de $A(1, -1)$ respecto del punto $M(2, 3)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1+x}{2} = 2 \implies x = 3 \\ \frac{-1+y}{2} = 3 \implies y = 7 \end{array} \right\} \implies (3, 7)$$

Problema 5 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, 3)$ y $B(-1, 5)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (-1, 5) - (1, 3) = (-2, 2)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, 3) + \lambda(-2, 2)$

$$\text{Ecuación Paramétrica: } \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 3 + 2\lambda \end{cases}$$

$$\text{Ecuación Continua: } \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{2}$$

$$\text{Ecuación General: } x + y - 4 = 0$$

$$\text{Ecuación Implícita: } y = -x + 4, \text{ luego } m = -1$$

$$\text{Ecuación punto pendiente: } y - 3 = -(x - 1)$$

Problema 6 (1 puntos) Hallar el punto de intersección de las rectas

$$2x - y + 8 = 0, \quad 3x + y - 3 = 0$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x - y + 8 = 0 \\ 3x + y - 3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases} \implies (-1, 6)$$

Problema 7 (1 punto) Calcular el ángulo que forman los vectores $\vec{u} = (1, 2)$ y $\vec{v} = (3, -1)$.

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos \alpha \\ 3 - 2 &= \sqrt{5}\sqrt{10} \cos \alpha \implies \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{50}} \implies \alpha = 81^\circ 52' 12'' \end{aligned}$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3, 1)$ y radio $r = 2$

Solución:

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 2^2 \implies x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 16 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -2 &\implies a = 1 \\ n = -2b = 8 &\implies b = -4 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = -16 &\implies r = \sqrt{33} \end{aligned} \right\} \implies C(1, -4) \quad r = \sqrt{33}$$