

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2002

Problema 1 (1 puntos) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

-12 ; $\frac{5}{2}$; $\sqrt{7}$; 23 ; $7,34$; $5,222272727\dots$; $3,7770700700070000\dots$

Solución:

-12 es un número entero $-12 \in \mathbb{Z}$.

$\frac{5}{2}$ es un número racional $\frac{5}{2} \in \mathbb{Q}$.

$\sqrt{7}$ es un número irracional.

23 es un número natural $23 \in \mathbb{N}$.

$7,34$ es un número racional $7,34 \in \mathbb{Q}$.

$5,222272727\dots$ es un número racional $5,222\widehat{27} \in \mathbb{Q}$.

$3,7770700700070000\dots$ es un número irracional.

Problema 2 (1 puntos) Dibuja los siguientes intervalos en la recta real:

1. $|x - 4| < 2$

2. $|x - 1| \leq 3$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $E(4, 2) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 4| < 2\} \implies E(4, 2) = (4 - 2, 4 + 2) = (2, 6)$.

2. $E[1, 3] = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 3\} \implies E[1, 3] = [1 - 3, 1 + 3] = [-2, 4]$.

Problema 3 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $3 \log x + 2 \log x^2 = \log 128$

2. $3 \log x^2 = 4 + 4 \log x$

Solución:

1.

$$3 \log x + 2 \log x^2 = \log 128$$

$$3 \log x + 4 \log x = \log 128$$

$$7 \log x = \log 128$$

$$\log x^7 = \log 2^7$$

$$x^7 = 2^7$$

$$x = 2$$

2.

$$3 \log x^2 = 4 + 4 \log x$$

$$6 \log x - 4 \log x = 4$$

$$2 \log x = 4$$

$$\log x = 2$$

$$\log x = \log 10^2$$

$$x = 10^2 = 100$$

Problema 4 (3 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} 2 \log x + \log y = 4 \\ \log \frac{x}{y} = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2 \log x + \log y = 4 \\ \log \frac{x}{y} = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2 \log x + \log y = 4 \\ \log x - \log y = -1 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $\log x = u$ y $\log y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 2u + v = 4 \\ u - v = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 1 \\ v = 2 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} \log x = u = 1 \\ \log y = v = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} \log x = \log 10^1 \\ \log y = \log 10^2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10 \\ y = 100 \end{cases}$$

Problema 5 (3 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$$

Solución

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases} \implies \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 4 \cdot 2^x + 5 \cdot 5^y = 41 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $2^x = u$ y $5^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} u + v = 9 \\ 4u + 5v = 41 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 4 \\ v = 5 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 2^x = u = 4 \\ 5^y = v = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} 2^x = 2^2 \\ 5^y = 5^1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$