

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2002

Problema 1 (1 puntos) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

-7 ; 12 ; 0 ; π ; $2,333\dots$; $-\frac{3}{7}$; $2,1010010001\dots$

Solución:

-7 es un número entero $-7 \in \mathbb{Z}$.

12 es un número natural $12 \in \mathbb{N}$.

0 es un número natural $0 \in \mathbb{N}$.

π es un número irracional.

$2,333\dots$ es un número racional $2,\hat{3} \in \mathbb{Q}$.

$-\frac{3}{7}$ es un número racional $-\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$.

$2,1010010001\dots$ es un número irracional.

Problema 2 (1 puntos) Dibuja los siguientes intervalos en la recta real:

1. $|x - 3| < 1$

2. $|x - 5| \leq 3$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $E(3, 1) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 3| < 1\} \implies E(3, 1) = (3 - 1, 3 + 1) = (2, 4)$.

2. $E[5, 3] = \{x \in \mathbb{R} : |x - 5| \leq 3\} \implies E[5, 3] = [5 - 3, 5 + 3] = [2, 8]$.

Problema 3 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log x + \log 50 = \log 1000$

2. $2 \log x^3 = \log 8 + 3 \log x$

Solución:

1.

$$\log x + \log 50 = \log 1000$$

$$\log(50x) = \log 1000$$

$$50x = 1000$$

$$x = \frac{1000}{50} = 20$$

2.

$$2 \log x^3 = \log 8 + 3 \log x$$

$$6 \log x = \log 8 + 3 \log x$$

$$6 \log x - 3 \log x = \log 8$$

$$3 \log x = \log 8$$

$$\log x^3 = \log 2^3$$

$$x^3 = 2^3$$

$$x = 2$$

Problema 4 (3 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} 3 \log x + 2 \log y = 12 \\ \log \frac{x}{y} = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3 \log x + 2 \log y = 12 \\ \log \frac{x}{y} = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} 3 \log x + 2 \log y = 12 \\ \log x - \log y = -1 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $\log x = u$ y $\log y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 3u + 2v = 12 \\ u - v = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} 3u + 2v = 12 \\ 2u - 2v = -2 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 2 \\ v = 3 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} \log x = u = 2 \\ \log y = v = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} \log x = \log 10^2 \\ \log y = \log 10^3 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 100 \\ y = 1000 \end{cases}$$

Problema 5 (3 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases}$$

Solución

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases} \implies \begin{cases} 4 \cdot 4^x - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $4^x = u$ y $6^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 4u - v = 40 \\ 2u - v = -88 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 64 \\ v = 216 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 4^x = u = 64 \\ 6^y = v = 216 \end{cases} \implies \begin{cases} 4^x = 4^3 \\ 6^y = 6^3 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$