

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2012

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 4\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (-1, 4)$, $\vec{v} = (-5, 1)$ y $\vec{w} = (4, -2)$

Solución:

$$\vec{z} = 4(-1, 4) - (-5, 1) + 2(4, -2) = (9, 11)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, 5)$ y $B(10, 20)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(10, 20) - (-2, 5)] = (4, 5)$$

$$A_1 = A + (4, 5) = (-2, 5) + (4, 5) = (2, 10)$$

$$A_2 = A_1 + (4, 5) = (2, 10) + (4, 5) = (6, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (4, 5) = (6, 15) + (4, 5) = (10, 20)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(0, -2)$ respecto de $B(3, 7)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+0}{2} = 3 \implies x = 6 \\ \frac{y-2}{2} = 7 \implies y = 16 \end{array} \right\} \implies A'(6, 16)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 4)$ y $B(0, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (0, 3) - (-1, 4) = (1, -1)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 4) + \lambda(1, -1)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 4 - \lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{-1}$

Ecuación General: $x + y - 3 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -x + 3$, luego $m = -1$

Ecuación punto pendiente: $y - 4 = -(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = -1 \implies \alpha = 135^\circ$

Problema 5 Sean $A(-3, -2)$, $B(2, -1)$ y $C(5, 6)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-3, -2) + [(5, 6) - (2, -1)] = (0, 5)$$

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{-2+6}{2}\right) = M(1, 2)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : x+y-1=0$ y $s : \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : x + y - 1 = 0, \quad s : 2x - y - 5 = 0$$

$$(2 + \lambda) + (-1 + 2\lambda) - 1 = 0 \implies \lambda = 0 \implies (2, -1)$$

$$\cos \alpha = \frac{2-1}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \implies \alpha = 71^\circ 33' 54''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (-1, 4)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{17} \implies \vec{v} = \frac{7}{\sqrt{17}}(-1, 4) = \left(-\frac{7}{\sqrt{17}}, \frac{28}{\sqrt{17}}\right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1, 1)$ y radio $r = \sqrt{3}$

Solución:

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 3 \implies x^2 + y^2 + 2x - 2y - 1 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 6 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = -4 &\implies a = 2 \\ n = -2b = -6 &\implies b = 3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{7} \end{aligned} \right\} \implies C(2, 3) \quad r = \sqrt{7}$$