

**Examen de Matemáticas 4º de ESO**  
**Mayo 2012**

---

---

**Problema 1** (1 puntos) Calcular el vector  $\vec{z} = 4\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$  donde  $\vec{u} = (1, 1)$ ,  $\vec{v} = (0, -3)$  y  $\vec{w} = (3, 9)$

**Solución:**

$$\vec{z} = 4(1, 1) - (0, -3) + 2(3, 9) = (10, 25)$$

**Problema 2** (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos  $A(-5, 1)$  y  $B(19, 22)$  en tres partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(19, 22) - (-5, 1)] = (8, 7)$$

$$A_1 = A + (8, 7) = (-5, 1) + (8, 7) = (3, 8)$$

$$A_2 = A_1 + (8, 7) = (3, 8) + (8, 7) = (11, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (8, 7) = (11, 15) + (8, 7) = (19, 22)$$

**Problema 3** (1 punto) Encontrar el punto  $A'$  simétrico de  $A(-1, 4)$  respecto de  $B(3, 3)$

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} = 3 \implies x = 7 \\ \frac{y+4}{2} = 3 \implies y = 2 \end{array} \right\} \implies A'(7, 2)$$

**Problema 4** (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos  $A(3, 1)$  y  $B(4, 5)$  y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

**Solución:**

$$\overrightarrow{AB} = (4, 5) - (3, 1) = (1, 4)$$

Ecuación Vectorial:  $(x, y) = (3, 1) + \lambda(1, 4)$

Ecuación Paramétrica:  $\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 + 4\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua:  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4}$

Ecuación General:  $4x - y - 11 = 0$

Ecuación Explícita:  $y = 4x - 11$ , luego  $m = 4$

Ecuación punto pendiente:  $y - 1 = 4(x - 3)$  Ángulo:  $m = \tan \alpha = 4 \implies \alpha = 75^\circ 57' 50''$

**Problema 5** Sean  $A(-2, -1)$ ,  $B(4, 0)$  y  $C(5, 5)$  vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

**Solución:**

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-2, -1) + [(5, 5) - (4, 0)] = (-1, 4)$$

$$M \left( \frac{-2+5}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = M \left( \frac{3}{2}, 2 \right)$$

**Problema 6** (1 punto) Dadas las rectas  $r : 2x - y + 2 = 0$  y  $s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$ , calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

**Solución:**

$$r : 2x - y + 2 = 0, \quad s : x + y - 2 = 0$$

$$2(1 + \lambda) - (1 - \lambda) + 2 = 0 \implies \lambda = -1 \implies (0, 2)$$

$$\cos \alpha = \frac{2 - 1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} \implies \alpha = 71^\circ 33' 54''$$

**Problema 7** (1 punto) Dado el vector  $\vec{u} = (5, -1)$  encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.

**Solución:**

$$|\vec{u}| = \sqrt{26} \implies \vec{v} = \frac{7}{\sqrt{26}}(5, -1) = \left( \frac{35}{\sqrt{26}}, -\frac{7}{\sqrt{26}} \right)$$

**Problema 8** (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro  $C(1, 1)$  y radio  $r = \sqrt{2}$

**Solución:**

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2 \implies x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$$

**Problema 9** (1 punto) Dada la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 3 = 0$ , calcular su centro y su radio.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} m = -2a = -4 \implies a = 2 \\ n = -2b = 4 \implies b = -2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \implies r = \sqrt{3} \end{array} \right\} \implies C(2, -2) \quad r = \sqrt{5}$$