

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2012

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + 4x + 3}}$$

Solución:

$$(-\infty, -3) \cup (-1, 1] \cup [5, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = -5 \implies (0, -5)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 6x + 5 = 0 \implies (5, 0)$
el otro punto en $x = 1$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}, \quad g(x) = 3x-5$$

Solución:

1. $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x+3}{x-2}\right) = \frac{\frac{x+3}{x-2} + 3}{\frac{x+3}{x-2} - 2} = \frac{4x-3}{-x+7}$
2. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+3}{x-2}\right) = 3\frac{x+3}{x-2} - 5 = \frac{-2x+19}{x-2}$
3. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-5) = \frac{(3x-5)+3}{(3x-5)-2} = \frac{3x-2}{3x-7}$
4. $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(3x-5) = 3(3x-5) - 5 = 9x-20$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{x-2}{2x-1}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{x-2}{2x-1} &\implies 2yx - y = x - 2 \implies 2yx - x = y - 2 \implies \\ &\implies x = -\frac{y-2}{2y-1} \implies f^{-1}(x) = \frac{x-2}{2x-1} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + x + 1}; \quad g(x) = \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^4}; \quad h(x) = \frac{3x^3}{x^2 + 2}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + x + 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$g(x) = \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^4} \text{ es par}$$

$$h(x) = \frac{3x^3}{x^2 + 2} \text{ es impar.}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 + 5x^3 - x^2 - 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 2x + 1}{2x^3 - x - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 11}{3x^2 - x + 7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{13x^2 + 2x - 9}}{x - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x - 10}}{7x + 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x - 3} - \sqrt{9x + 5})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^5 + 5x^3 - x^2 - 1) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x - 3} = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 2x + 1}{2x^3 - x - 3} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 11}{3x^2 - x + 7} = \frac{2}{3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{13x^2 + 2x - 9}}{x - 1} = \sqrt{13}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x-10}}{7x+1} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x-3} - \sqrt{9x+5}) = 0$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{5x-9} \right)^{3x^2-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+6x-7}{9x^2-11} \right)^{\frac{7x-1}{11}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{5x}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{5x-9} \right)^{3x^2-1} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+6x-7}{9x^2-11} \right)^{\frac{7x-1}{11}} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{5x} = e^{-5}$$