

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2012

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 6x + 5}}$$

Solución:

$$(-\infty, -2] \cup [-1, 1) \cup [5, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = 2 \implies (0, 2)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 + 3x + 2 = 0 \implies (-2, 0)$ el otro punto en $x = -1$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x + 2}{x + 1}, \quad g(x) = 3x - 2$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x + 2}{x + 1}\right) = \frac{\frac{x + 2}{x + 1} + 2}{\frac{x + 2}{x + 1} + 1} = \frac{3x + 4}{2x + 3}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x + 2}{x + 1}\right) = 3\frac{x + 2}{x + 1} - 2 = \frac{x + 4}{x + 1}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x - 2) = \frac{(3x - 2) + 2}{(3x - 2) + 1} = \frac{3x}{3x - 1}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(3x - 2) = 3(3x - 2) - 2 = 9x - 8$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{4x - 1}{x + 1}$

Solución:

$$y = \frac{4x - 1}{x + 1} \implies yx + y = 4x - 1 \implies yx - 4x = -y - 1 \implies$$

$$\implies x = -\frac{y + 1}{y - 4} \implies f^{-1}(x) = -\frac{x + 1}{x - 4}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{-x^3}{x^2 + 1}; \quad g(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1}; \quad h(x) = \frac{x^8 + 2}{x^2 - 1}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{-x^3}{x^2 + 1} \text{ es impar}$$

$$g(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$h(x) = \frac{x^8 + 2}{x^2 - 1} \text{ es par.}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (5x^5 - 3x^3 - 7x - 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 1}{2x^2 - x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 1}{2x^3 - 5x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x^2 + x + 7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{11x^2 - x - 9}}{x - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x + 11}}{4x + 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x - 3} - \sqrt{8x + 5})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (5x^5 - 3x^3 - 7x - 1) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 1}{2x^2 - x - 3} = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 1}{2x^3 - 5x + 3} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x^2 + x + 7} = \frac{1}{3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{11x^2 - x - 9}}{x - 5} = \sqrt{11}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x+11}}{4x+1} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x-3} - \sqrt{8x+5}) = 0$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-11}{3x+9} \right)^{x^2-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2-5x-7}{3x^2+25} \right)^{\frac{10x-1}{13}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+7} \right)^{5x}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-11}{3x+9} \right)^{x^2-1} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2-5x-7}{3x^2+25} \right)^{\frac{10x-1}{13}} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+7} \right)^{5x} = e^{-40/3}$$