

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2012

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 3}}$$

Solución:

$$(-\infty, -1) \cup (1, 2] \cup [3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = -2 \implies (0, -2)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - x - 2 = 0 \implies (2, 0)$
el otro punto en $x = -1$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}, \quad g(x) = 2x+5$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{\frac{x+1}{x-2} + 1}{\frac{x+1}{x-2} - 2} = \frac{2x-1}{5-x}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 2\frac{x+1}{x-2} + 5 = \frac{7x-8}{x-2}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x+5) = \frac{(2x+1)+5}{(2x+5)-2} = \frac{2x+6}{2x+3}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(2x+5) = 2(2x+5) + 5 = 4x+15$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{3x+2}{x-1} &\implies yx - y = 3x + 2 \implies yx - 3x = y + 2 \implies \\ &\implies x = \frac{y+2}{y-3} \implies f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-3} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 2}; \quad g(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}; \quad h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 2} \text{ es par}$$

$$g(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2} \text{ no es ni par ni impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^5 + 2x^3 - 3x - 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 4x^2 + x + 1}{5x^2 + x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 4x - 3}{2x^2 - 3x + 7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 - 9}}{x + 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x + 3}}{2x + 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x - 1} - \sqrt{3x + 5})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^5 + 2x^3 - 3x - 1) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 4x^2 + x + 1}{5x^2 + x - 3} = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 3} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 4x - 3}{2x^2 - 3x + 7} = \frac{9}{2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 - 9}}{x + 4} = \sqrt{7}$$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x+3}}{2x+1} = 0$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x-1} - \sqrt{3x+5}) = 0$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+2}{5x+9} \right)^{3x^2+1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2-5x+7}{5x^2-9} \right)^{\frac{4x-1}{5}}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2} \right)^{2x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+2}{5x+9} \right)^{3x^2+1} = \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2-5x+7}{5x^2-9} \right)^{\frac{4x-1}{5}} = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2} \right)^{2x} = e^4$