Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2011

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 3\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (1, -9)$, $\overrightarrow{v} = (-2, 6)$ y $\overrightarrow{w} = (1, -3)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 3(1, -9) - 2(-2, 6) + (1, -3) = (8, -42)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-7, 1)$ y $B(20, 19)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(20, 19) - (-7, 1)] = (9, 6)$$

$$A_1 = A + (9, 6) = (-7, 1) + (9, 6) = (2, 7)$$

$$A_2 = A_1 + (9, 6) = (2, 7) + (9, 6) = (11, 13)$$

$$B = A_3 = A_2 + (9, 6) = (11, 13) + (9, 6) = (20, 19)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(3, -7)$ respecto de $B(1, 4)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+3}{2} = 1 \Longrightarrow x = -1 \\ \\ \dfrac{y-7}{2} = 4 \Longrightarrow y = 15 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(-1, 15)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-4, 1)$ y $B(5, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (5, 3) - (-4, 1) = (9, 2)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-4, 1) + \lambda(9, 2)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = -4 + 9\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x+4}{9} = \dfrac{y-1}{2}$

Ecuación General: $2x - 9y + 17 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \dfrac{2}{9}x + \dfrac{17}{9}$, luego $m = \dfrac{2}{9}$

Ecuación punto pendiente: $y - 1 = \dfrac{2}{9}(x + 4)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = \dfrac{2}{9} \Longrightarrow \alpha = 12^{\circ}31'44''$

Problema 5 Sean $A(-5,-3)$, $B(3,-1)$ y $C(4,9)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-5,-3) + [(4,9) - (3,-1)] = (-4,7)$$

$$M\left(\frac{-5+4}{2}, \frac{-3+9}{2}\right) = M\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: 6x-y+3=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 1-\lambda \\ y = 1+3\lambda \end{array}\right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: 6x - y + 3 = 0, \quad s: 3x + y - 4 = 0$$

$$6(1-\lambda) - (1+3\lambda) + 3 = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{8}{9} \Longrightarrow \left(\frac{1}{9}, \frac{11}{3}\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{18-1}{\sqrt{37}\sqrt{10}} \Longrightarrow \alpha = 27^{o}53'50''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (7,-1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{50} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \frac{5}{\sqrt{50}}(7,-1) = \left(\frac{7}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(8,-1)$ y radio $r = \sqrt{7}$
Solución:

$$(x-8)^2 + (y+1)^2 = 7 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 16x + 2y + 58 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 33 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -10 \Longrightarrow a = 5 \\ n = -2b = -6 \Longrightarrow b = 3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(5,3) \;\; r = 1$$