Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2011

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 3\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (1, -3)$, $\overrightarrow{v} = (3, -1)$ y $\overrightarrow{w} = (1, 1)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 3(1, -3) - 2(3, -1) + (1, 1) = (-2, -6)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, 1)$ y $B(16, 22)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(16, 22) - (-2, 1)] = (6, 7)$$

$$A_1 = A + (6, 7) = (-2, 1) + (6, 7) = (4, 8)$$

$$A_2 = A_1 + (6, 7) = (4, 8) + (6, 7) = (10, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (6, 7) = (10, 15) + (6, 7) = (16, 22)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(-1, 2)$ respecto de $B(2, 0)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-1}{2} = 2 \Longrightarrow x = 5 \\ \\ \dfrac{y+2}{2} = 0 \Longrightarrow y = -2 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(5, -2)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(2, 7)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (2, 7) - (-1, 3) = (3, 4)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 3) + \lambda(3, 4)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = -1 + 3\lambda \\ y = 3 + 4\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-3}{4}$

Ecuación General: $4x - 3y + 13 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \dfrac{4}{3}x + \dfrac{13}{4}$, luego $m = \dfrac{4}{3}$

Ecuación punto pendiente: $y - 3 = \dfrac{4}{3}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = \dfrac{4}{3} \Longrightarrow \alpha = 53^{\circ}7'48''$

Problema 5 Sean $A(-2,-1)$, $B(4,-2)$ y $C(5,7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-2,-1) + [(5,7)-(4,-2)] = (-1,8)$$

$$M\left(\frac{-2+5}{2}, \frac{-1+7}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: 5x+2y+1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 1-\lambda \\ y = 1+\lambda \end{array}\right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: 5x+2y+1=0, \quad s: x+y-2=0$$

$$5(1-\lambda)+2(1+2\lambda)+1=0 \Longrightarrow \lambda = \frac{8}{3} \Longrightarrow \left(-\frac{5}{3}, \frac{11}{3}\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{5+2}{\sqrt{29}\sqrt{2}} \Longrightarrow \alpha = 23^{\text{o}}11'55''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (1,-2)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{5} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \frac{5}{\sqrt{5}}(1,-2) = \left(\sqrt{5}, -2\sqrt{5}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(5,-1)$ y radio $r = \sqrt{3}$
Solución:

$$(x-5)^2 + (y+1)^2 = 3 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 10x + 2y + 23 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 17 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -8 \Longrightarrow a = 4 \\ n = -2b = -4 \Longrightarrow b = 2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = \sqrt{3} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(4,2) \;\; r = \sqrt{3}$$