

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2011

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 2x + 3 & \text{si } 2 < x < 3 \\ x^2 + 2 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 3$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 3kx^2 - 2kx + 1 & \text{si } x < 1 \\ 2kx^2 - 2x + 5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$3k - 2k + 1 = 2k - 2 + 5 \implies k = -2$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 1}}{5x + 8}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x + 1} - \sqrt{4x^2 + 2})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 5} \right)^{5x-1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x} \right)^{x+5}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{5x^2 - 11x - 12}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^3 + 3x^2 - 10x + 2}{2x^3 + 4x^2 - 7x + 1}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2+1} - \sqrt{x^2+9}}{x-2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+5}}{x-3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 2x^4 + 3x - 1}{2x^5 + x^3 + 3}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2+x-1}}{5x+8} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2-x+1} - \sqrt{4x^2+2}) = -\frac{1}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+x-1}{3x^2+5} \right)^{5x-1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x} \right)^{x+5} = e^{2/3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{5x^2 - 11x - 12} = \frac{13}{19}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^3 + 3x^2 - 10x + 2}{2x^3 + 4x^2 - 7x + 1} = \frac{11}{7}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2+1} - \sqrt{x^2+9}}{x-2} = \frac{4\sqrt{13}}{13}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+5}}{x-3} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 2x^4 + 3x - 1}{2x^5 + x^3 + 3} = \frac{7}{2}$$