

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2010

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

1 ; $2,2525\dots$; π ; $\sqrt{16}$; $6,101102103\dots$; $\frac{7}{5}$; 0 ; $23,011212\dots$; $3,107108\dots$; $3,777\dots$

Solución:

$1 \in N$; $2,2525\dots \in Q$; $\pi \in$ irracional ; $\sqrt{16} \in N$; $6,101102103\dots \in$ irracional ; $\frac{7}{5} \in Q$; $0 \in N$; $23,011212\dots \in Q$; $3,107108\dots \in$ irracional ; $3,777\dots \in Q$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-2, 5)$ $B = [2, 7)$ y $C = (1, 6)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [-2, 5), \quad A \cup C = [-2, 6), \quad B \cap C = [2, 5), \quad B \cup C = (1, 7)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(5, 15)$
2. $[4, 22]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(5, 15) = \{x \in R : 5 < x < 15\} = E(10, 5) = \{x \in R : |x - 10| < 5\}$
2. $[4, 22] = \{x \in R : 4 \leq x \leq 22\} = \overline{E}(13, 9) = \{x \in R : |x - 13| \leq 9\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{343} + \sqrt{63}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{2}}$$

Solución:

$$\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{343} + \sqrt{63} = \frac{8\sqrt{7}}{3}, \quad \frac{\sqrt{5\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{125}{4}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{5}}; \quad \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}}; \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

Solución:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{5}} = -(2 - \sqrt{5}); \quad \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}} = \sqrt[6]{3}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{21} + \sqrt{15}}{2}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{3125x^5y^7}{10368z^7t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{5x^2y}{2zt} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{25x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{3125x^5y^7}{10368z^7t^8}} = \frac{5xy}{6zt^2} \sqrt[4]{\frac{5xy^3}{8z^3}}; \quad \frac{5x^2y}{2zt} \sqrt[3]{\frac{4z^2t^2}{25x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{5x^4y}{2zt}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $2 \log x + 1 = \log(3x + 5)$
2. $\log(5x - 1) - 1 = \log x$

Solución:

1. $2 \log x + 1 = \log(3x + 5) \implies \log 10x^2 = \log(3x + 5) \implies$
 $10x^2 - 3x - 5 = 0 \implies x = 0,87 \quad x = -0,57$ no vale.
2. $\log(5x - 1) - 1 = \log x \implies \log \frac{5x - 1}{10} = \log x \implies$
 $5x = -1 \implies x = -1/5$ no vale

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) = 4 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(x^2y^2) &= 4 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + 2\log y &= 4 \\ 2\log x - \log y &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 2v &= 4 \\ 2u - v &= 1 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 1 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$