Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2010

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
3 ; $7,1212\ldots$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{25}$; $5,121314\ldots$; $-\frac{3}{2}$; 0; $11,131515\ldots$;
$2,201202203\ldots$; $6,111\ldots$
Solución:

$3\in N$; $7,1212\ldots\in Q$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\in$ irracional; $\sqrt{25}\in N$; $5,121314\ldots\in$ irracional; $-\dfrac{3}{2}\in Q$; $0\in N; 11,131515\ldots\in Q; 2,201202203\ldots\in$ irracional; $6,111\ldots\in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A=[-3,3)$ $B=[1,6)$ y $C=(0,5)$, calcular $A\cap B$, $A\cup C$, $B\cap C$ y $B\cup C$

Solución:

$$A\cap B=[1,3),\ \ A\cup C=[-3,5),\ \ B\cap C=[1,5),\ \ B\cup C=(0,6)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(3,21)$
2. $[2,14]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r)=\{x\in R:|x-a|<r\}$.
Solución:

1. $(3,21)=\{x\in R: 3<x<21\}=E(12,9)=\{x\in R:|x-12|<9\}$
2. $[2,14]=\{x\in R: 2\le x\le 14\}=\overline{E}(8,6)=\{x\in R:|x-8|\le 6\}$

Problema 4 *(1 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{20}-\frac{2}{3}\sqrt{80}+\sqrt{125},\quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{7}}}{\sqrt{7}}$$

Solución:

$$\sqrt{20}-\frac{2}{3}\sqrt{80}+\sqrt{125}=\frac{17\sqrt{5}}{3},\quad \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{7}}}{\sqrt{7}}=\sqrt[6]{\frac{9}{49}}$$

Problema 5 *(1 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}; \quad \frac{5}{\sqrt[7]{5^5}}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

Solución:

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}; \quad \frac{5}{\sqrt[7]{5^5}} = \sqrt[7]{25}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$$

Problema 6 *(1 punto)* Sacar de la raiz

$$\sqrt[4]{\frac{7776x^7y^8}{625z^5t^7}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{2xy^2}{3zt}\sqrt[3]{\frac{9zt^2}{3x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{7776x^7y^8}{625z^5t^7}} = \frac{6xy^2}{5zt}\sqrt[4]{\frac{6x^3}{zt^3}}; \qquad \frac{2xy^2}{3zt}\sqrt[3]{\frac{9zt^2}{3x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{8xy^4}{9z^2t}}$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(2x+8) - 1 = 2\log x$
2. $\log(x+3) - 1 = \log(x-1)$

Solución:

1. $\log(2x+8) - 1 = 2\log x \Longrightarrow \log\dfrac{2x+8}{10} = \log x^2 \Longrightarrow$

   $10x^2 - 2x - 8 = 0 \Longrightarrow x = 1 \;\; x = -0,8$ no vale.

2. $\log(x+3) - 1 = \log(x-1) \Longrightarrow \log\dfrac{x+3}{10} = \log(x-1) \Longrightarrow$

   $9x = 13 \Longrightarrow x = 13/9.$

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy^2) & = 5 \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rl} \log(xy^2) & = 5 \\ \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} \log x + 2\log y & = 5 \\ \log x - \log y & = 2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} u + 2v & = 3 \\ u - v & = 1 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1000 \\ y = 10 \end{array}\right.$$