Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2010

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
3 ; $5,1515\ldots$; ϕ ; $\sqrt{9}$; $6,001122\ldots$; $-\frac{4}{7}$; 0; $16,081616\ldots$;
$7,010203\ldots$; $3,777\ldots$
Solución:

$3 \in N$; $5,1515\ldots \in Q$; $\phi \in$ irracional; $\sqrt{9} \in N$; $6,001122\ldots \in$ irracional; $-\dfrac{4}{72} \in Q$; $0 \in N$; $16,081616\ldots \in Q$; $7,010203\ldots \in$ irracional; $3,777\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = [-1,5)$ $B = [1,7)$ y $C = (0,6)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1,5),\ \ A \cup C = [-1,6),\ \ B \cap C = [1,6),\ \ B \cup C = (0,7)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(4,16)$
2. $[-1,17]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r) = \{x \in R : |x-a| < r\}$.
Solución:

1. $(4,16) = \{x \in R : 4 < x < 16\} = E(10,6) = \{x \in R : |x-10| < 6\}$
2. $[-1,17] = \{x \in R : -1 \le x \le 17\} = \overline{E}(8,9) = \{x \in R : |x-8| \le 9\}$

Problema 4 *(1 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{147} - \sqrt{75},\quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{5}}}{\sqrt[3]{5}}$$

Solución:

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{147} - \sqrt{75} = \frac{3\sqrt{3}}{2},\quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{5}}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{\frac{27}{5}}$$

Problema 5 *(1 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{1+\sqrt{5}}; \quad \frac{2}{\sqrt[6]{2^3}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}$$

Solución:

$$\frac{1}{1+\sqrt{5}} = -\frac{1-\sqrt{5}}{4}; \quad \frac{2}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{8} = \sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{21}}{5}$$

Problema 6 *(1 punto)* Sacar de la raiz

$$\sqrt[4]{\frac{10368x^6y^5}{3125z^6t^8}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{2xy}{3zt^2}\sqrt[3]{\frac{9z^2t}{4xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{10368x^6y^5}{3125z^6t^8}} = \frac{6xy}{5zt^2}\sqrt[4]{\frac{8x^2y}{5z^2}}; \qquad \frac{2xy}{3zt^2}\sqrt[3]{\frac{9z^2t}{4xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{2x^2y}{3zt^5}}$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(x^2-5) - 2 = \log x$
2. $\log(x-1) - 1 = \log(x+3)$

Solución:

1. $\log(x^2-5) - 2 = \log x \Longrightarrow \log\dfrac{x^2-5}{100} = \log x \Longrightarrow$

   $x^2 - 100x - 5 = 0 \Longrightarrow x = 100,05$ y $x = -0,05$ No Vale.

2. $\log(x-1) - 1 = \log(x+3) \Longrightarrow \log\dfrac{x-1}{10} = \log(x+3) \Longrightarrow$

   $9x = -31 \Longrightarrow x = -31/9$ no vale

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y) & = 5 \\ \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(x^2y) & = 5 \\ \\ \log\left(\dfrac{x}{y}\right) & = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2\log x + \log y & = 5 \\ \log x - \log y & = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2u + v & = 5 \\ u - v & = 1 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = \log x = 2 \\ v = \log y = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 100 \\ y = 10 \end{array}\right.$$