Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2010

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 4\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} - 2\overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (1, -3)$, $\overrightarrow{v} = (-2, 1)$ y $\overrightarrow{w} = (1, 0)$
Solución:

$$\overrightarrow{z} = 4(1, -3) - (-2, 1) - 2(1, 0) = (4, -13)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, 3)$ y $B(19, 21)$ en tres partes iguales.
Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(19, 21) - (-2, 3)] = (7, 6)$$

$$A_1 = A + (7, 6) = (-2, 3) + (7, 6) = (5, 9)$$

$$A_2 = A_1 + (7, 6) = (5, 9) + (7, 6) = (12, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (7, 6) = (12, 15) + (7, 6) = (19, 21)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(1, -1)$ respecto de $B(1, 2)$
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+1}{2} = 1 \Longrightarrow x = 1 \\ \\ \dfrac{y-1}{2} = 2 \Longrightarrow y = 5 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(1, 5)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(2, -1)$ y $B(-1, 5)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.
Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (-1, 5) - (2, -1) = (-3, 6)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (2, -1) + \lambda(-3, 6)$
Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 2 - 3\lambda \\ y = -1 + 6\lambda \end{array}\right.$
Ecuación Continua: $\dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y+1}{6}$
Ecuación General: $2x + y - 3 = 0$
Ecuación Explícita: $y = -2x - 5$, luego $m = -2$
Ecuación punto pendiente: $y + 1 = -2(x - 2)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -5 \Longrightarrow \alpha = 116^{o}33'54''$

Problema 5 Sean $A(-1, 3)$, $B(4, -1)$ y $C(5, 7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, 3) + [(5, 7) - (4, -1)] = (0, 11)$$

$$M\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = M(2, 5)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r : 5x - y + 1 = 0$ y $s : \left\{ \begin{array}{l} x = 1 - 2\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{array} \right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 5x - y + 1 = 0, \quad s : x + y - 2 = 0$$

$$5(1 - 2\lambda) - (1 + 2\lambda) + 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{5}{12} \Longrightarrow \left(\frac{1}{6}, \frac{11}{6}\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{5-1}{\sqrt{26}\sqrt{2}} \Longrightarrow \alpha = 56^{\circ}18'36''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (1, -5)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{26} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{7\sqrt{26}}{26}, -\frac{35\sqrt{26}}{26}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1, 2)$ y radio $r = \sqrt{5}$
Solución:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5 \Longrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 27 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -4 \Longrightarrow a = 2 \\ n = -2b = -10 \Longrightarrow b = 5 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = \sqrt{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(2, 5) \;\; r = \sqrt{2}$$