

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2010

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 3 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 3x + 1 & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ 5x + 12 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 3$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 7kx^2 - 5x + 2k & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 + 3kx + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$7k - 5 + 2k = 2 + 3k + 1 \implies k = 4/3$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{11x^2 + 3x + 3}}{2x + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x + 5} - \sqrt{2x^2 - 1})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^3 + 2x - 7}{7x^3 - 3} \right)^{11x-1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-9}{x-3} \right)^{5x+1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 3x^2 - 7x - 6}{3x^2 - 7x - 6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 5}{x^3 + 3x^2 - x - 3}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - \sqrt{4x+4}}{x-3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x-7} - \sqrt{x+3}}{x-5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^5 + 3x^3 - 9}{5x^5 + 7x^2 - x + 15}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{11x^2 + 3x + 3}}{2x + 1} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x + 5} - \sqrt{2x^2 - 1}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^3 + 2x - 7}{7x^3 - 3} \right)^{11x-1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-9}{x-3} \right)^{5x+1} = e^{-30}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 3x^2 - 7x - 6}{3x^2 - 7x - 6} = \frac{29}{11}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 5}{x^3 + 3x^2 - x - 3} = \frac{3}{2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - \sqrt{4x+4}}{x-3} = \frac{1}{8}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x-7} - \sqrt{x+3}}{x-5} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^5 + 3x^3 - 9}{5x^5 + 7x^2 - x + 15} = 2$$