

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2010

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 1 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 2x + 1 & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 3$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 2kx^2 - 3x + 5k & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 + 2kx - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$2k - 3 + 5k = 2 + 2k - 1 \implies k = 4/5$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 - x + 1}}{2x + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x + 5} - \sqrt{4x^2 - 1})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 - 3x + 8}{3x^3 + 6} \right)^{7x-1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+9} \right)^{3x+1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 3}{2x^3 + 3x^2 - 6x + 1}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}}{x-3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+4}}{x-5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^5 - 5x^3 + 2}{3x^5 - x^2 + 4x + 4}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 - x + 1}}{2x + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x + 5} - \sqrt{4x^2 - 1}) = -\frac{1}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 - 3x + 8}{3x^3 + 6} \right)^{7x-1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+9} \right)^{3x+1} = e^{-36}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6} = \frac{7}{10}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 3}{2x^3 + 3x^2 - 6x + 1} = \frac{1}{6}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}}{x-3} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+4}}{x-5} = -\frac{1}{6}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^5 - 5x^3 + 2}{3x^5 - x^2 + 4x + 4} = 3$$