

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2010

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x < 1 \\ 4x^2 + 3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 2x & \text{si } 2 < x < 3 \\ x + 3 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad no evitable(salto), y en $x = 3$ es discontinua evitable(agujero).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 5kx^2 - 3x + 2k & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 + kx - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$5k - 3 + 2k = 2 + k - 1 \implies k = 2/3$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 7}}{2x + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x + 5} - \sqrt{3x^2 + 1})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 8}{3x^2 - 5} \right)^{5x-1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+7} \right)^{2x+1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{2x^3 - 5x^2 + x + 2}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 2x^2 + x - 5}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+4}}{x-3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3}}{x-5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 2x^3 + 6}{x^5 + 3x^2 + 4x - 4}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 7}}{2x + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x + 5} - \sqrt{3x^2 + 1}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 8}{3x^2 - 5} \right)^{5x-1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+7} \right)^{2x+1} = e^{-24}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{2x^3 - 5x^2 + x + 2} = \frac{7}{5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 2x^2 + x - 5}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1} = \frac{11}{8}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+4}}{x-3} = \frac{\sqrt{10}}{20}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3}}{x-5} = -\frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^5 + 3x^3 + 6}{x^5 - 5x^2 + 4x + 9} = 9$$