

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2010

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 2x & \text{si } 2 < x < 3 \\ 3x - 3 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 1$, $x = 2$ y en $x = 3$.

Solución:

En $x = 1$ es continua, en $x = 2$ hay una discontinuidad no evitable(salto), y en $x = 3$ es discontinua evitable(agujero).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 3kx^2 - 2x + k & \text{si } x < 1 \\ x^2 + kx - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$3k - 2 + k = 1 + k - 1 \implies k = 2/3$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + 7}}{2x + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x - 3} - \sqrt{4x^2 - 1})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{3x^2 - 1} \right)^{2x+3}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^{x+1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 - 5x^2 + 4x + 6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 2x^2 - 7x + 2}{x^4 + 3x^3 - 2x - 2}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x^2-4}}{x-3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{4x+1}}{x-2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 2x^3 + 6}{x^5 + 3x^2 + 4x - 4}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2+7}}{2x+1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+x-3} - \sqrt{4x^2-1}) = \frac{1}{4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x-1}{3x^2-1} \right)^{2x+3} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+1} = e^{-1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^3 - 5x^2 + 4x + 6} = 10$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 2x^2 - 7x + 2}{x^4 + 3x^3 - 2x - 2} = \frac{6}{11}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x^2-4}}{x-3} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{4x+1}}{x-2} = -\frac{1}{2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 2x^3 + 6}{x^5 + 3x^2 + 4x - 4} = 7$$