

## Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2009

---

**Problema 1** Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 6x + 5}}$$

**Solución:**

$$(-\infty, -2] \cup (1, 5) \cup [7, \infty)$$

**Problema 2** Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 + x - 2}$$

**Solución:**

Corte con el eje  $OY$ : Hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 7 \implies (0, 7)$

Corte con el eje  $OX$ : Hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 5x - 14 = 0 \implies (7, 0)$  el otro punto en  $x = -2$  se anula el denominador.

**Problema 3** Dadas las funciones  $f$  y  $g$  calcular  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  y  $g \circ g$ .

$$f(x) = \frac{3x - 7}{2x - 1}, \quad g(x) = 5x - 1$$

**Solución:**

1.  $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{3x - 7}{2x - 1}\right) = \frac{3\frac{3x-7}{2x-1} - 7}{2\frac{3x-7}{2x-1} - 1} = \frac{5x + 14}{13 - 4x}$
2.  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{3x - 7}{2x - 1}\right) = 5\frac{3x - 7}{2x - 1} - 1 = \frac{13x - 34}{2x - 1}$
3.  $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(5x - 1) = \frac{3(5x - 1) - 7}{2(5x - 1) - 1} = \frac{5(3x - 2)}{10x - 3}$
4.  $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(5x - 1) = 5(5x - 1) - 1 = 25x - 6$

**Problema 4** Calcular la función inversa de  $f(x) = \frac{x - 5}{3x + 1}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} y = \frac{x - 5}{3x + 1} &\implies 3yx + y = x - 5 \implies 3yx - x = -(y + 5) \implies \\ &\implies x = \frac{-(y + 5)}{3y - 1} \implies f^{-1}(x) = -\frac{x + 5}{3x - 1} \end{aligned}$$

**Problema 5** Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 5}; \quad g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 2}; \quad h(x) = \frac{x^2 + 2}{x^4 + 1}$$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 5} \text{ es impar}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 2} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$h(x) = \frac{x^2 + 2}{x^4 + 1} \text{ es par}$$

**Problema 6** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (7x^5 + 2x^4 - 3x + 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{3x^3 + 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 8}{x^3 + 5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3x^3 + x - 1}{-x^3 + 2x - 7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 + 5}}{2x + 3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x - 3}}{x + 5}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 5} - \sqrt{x - 3})$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (7x^5 + 2x^4 - 3x + 1) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{3x^3 + 3} = \frac{4}{3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 8}{x^3 + 5} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3x^3 + x - 1}{-x^3 + 2x - 7} = -\infty$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7x^2 + 5}}{2x + 3} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x-3}}{x+5} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3}) = 0$$

**Problema 7** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{2x^2-3} \right)^{\frac{x^2+1}{2}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7x+5}{3x-1} \right)^{2x-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x-1}{5x} \right)^x$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{2x^2-3} \right)^{\frac{x^2+1}{2}} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7x+5}{3x-1} \right)^{2x-1} = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x-1}{5x} \right)^x = e^{-1/5}$$