

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2009

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x - 14}}$$

Solución:

$$(-\infty, -2) \cup [-1, 3] \cup (7, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = \frac{3}{2} \implies \left(0, \frac{3}{2}\right)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 2x - 3 = 0 \implies (3, 0)$
el otro punto en $x = -1$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{4x - 5}{x + 3}, \quad g(x) = x - 5$$

Solución:

1. $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{4x - 5}{x + 3}\right) = \frac{4\frac{4x-5}{x+3} - 5}{\frac{4x-5}{x+3} + 3} = \frac{11x - 35}{7x + 4}$
2. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{4x - 5}{x + 3}\right) = \frac{4x - 5}{x + 3} - 5 = \frac{-x - 20}{x + 3}$
3. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x - 5) = \frac{4(x - 5) - 5}{(x - 5) + 3} = \frac{4x - 25}{x - 2}$
4. $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x - 5) = (x - 5) - 5 = x - 10$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{3x + 5}{2x - 1}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{3x + 5}{2x - 1} &\implies 2yx - y = 3x + 5 \implies 2yx - 3x = y + 5 \implies \\ &\implies x = \frac{y + 5}{2y - 3} \implies f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{2x - 3} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^4 + 3}; \quad g(x) = \frac{2x^3}{3x^2 + 5}; \quad h(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^4 + 3} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$g(x) = \frac{2x^3}{3x^2 + 5} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1} \text{ es par}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^5 + 2x^2 + x - 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 8}{7x^2 - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 + x - 1}{-x + 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + x - 1}}{2x + 3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x + 8}}{x + 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 3})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^5 + 2x^2 + x - 1) = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 1} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 8}{7x^2 - 1} = \frac{2}{7}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 + x - 1}{-x + 1} = -\infty$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + x - 1}}{2x + 3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x+8}}{x+2} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}) = 0$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x-1} \right)^{x^2+5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+1}{2x^2+2} \right)^{x^2-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x} \right)^x$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x-1} \right)^{x^2+5} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+1}{2x^2+2} \right)^{x^2-1} = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x} \right)^x = e^{-1/4}$$