

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2009

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 2x - 3}}$$

Solución:

$$(-\infty, -2] \cup (-1, 3) \cup [5, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + x - 2}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = 5 \implies (0, 5)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 3x - 10 = 0 \implies (5, 0)$ el otro punto en $x = -2$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{3x+2}{x+1}, \quad g(x) = 2x-3$$

Solución:

1. $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{3x+2}{x+1}\right) = \frac{3\frac{3x+2}{x+1} + 2}{\frac{3x+2}{x+1} + 1} = \frac{11x+8}{4x+3}$
2. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{3x+2}{x+1}\right) = 2\frac{3x+2}{x+1} - 3 = \frac{3x+1}{x+1}$
3. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x-3) = \frac{3(2x-3)+2}{(2x-3)+1} = \frac{6x-7}{2(x-1)}$
4. $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(2x-3) = 2(2x-3) - 3 = 4x-9$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{2x+7}{3x-1}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{2x+7}{3x-1} &\implies 3yx - y = 2x + 7 \implies 3yx - 2x = y + 7 \implies \\ &\implies x = \frac{y+7}{3y-2} \implies f^{-1}(x) = \frac{x+7}{3x-2} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 5}; \quad g(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^4 + 3}; \quad h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 5} \text{ es impar}$$

$$g(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^4 + 3} \text{ es par}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2} \text{ no es ni par ni impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^7 - 2x^2 + 5)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 8}{2x^2 - 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 3x^2 - 1}{-x^2 + 5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 + 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 1}}{x + 3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 2})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^7 - 2x^2 + 5) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 8}{2x^2 - 5} = \frac{3}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 3x^2 - 1}{-x^2 + 5} = -\infty$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 + 3} = 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 1}}{x + 3} = \sqrt{2}$$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2} = 0$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 2}) = 0$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 8}{5x^2 - 1} \right)^{\frac{x+1}{2}}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 5}{2x - 1} \right)^{x+5}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x} \right)^x$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 8}{5x^2 - 1} \right)^{\frac{x+1}{2}} = 0$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 5}{2x - 1} \right)^{x+5} = \infty$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x} \right)^x = e^{-1/3}$