

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2009

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

1 ; 3,1818... ; π ; $\sqrt{25}$; 2,1277333777... ; $-\frac{1}{2}$; -3; 1,182525... ; 9,112333444... ; 7,777...

Solución:

$1 \in \mathbb{N}$; $3,1818... \in \mathbb{Q}$; $\pi \in \text{irracional}$; $\sqrt{25} \in \mathbb{N}$; $2,1277333777... \in \text{irracional}$; $-\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$; $-3 \in \mathbb{Z}$; $1,182525... \in \mathbb{Q}$; $9,112333444... \in \text{irracional}$; $7,777... \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-4, 2)$ $B = [1, 9)$ y $C = (0, 6)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1, 2), \quad A \cup C = [-4, 6), \quad B \cap C = [1, 6), \quad B \cup C = (0, 9)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(3, 11)$

2. $[3, 15]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(3, 11) = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 11\} = E(7, 4) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 7| < 4\}$

2. $[3, 15] = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x \leq 15\} = \overline{E}(9, 6) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 9| < 6\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{175} + \sqrt{63}, \quad \frac{\sqrt{2^3 6}}{\sqrt[3]{5}}$$

Solución:

$$\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{175} + \sqrt{63} = \frac{10\sqrt{7}}{3}, \quad \frac{\sqrt{2^3 6}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{\frac{48}{25}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{3 - \sqrt{5}}; \quad \frac{5}{\sqrt[5]{5^4}}; \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{1}{3 - \sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{4}; \quad \frac{5}{\sqrt[5]{5^4}} = \sqrt[5]{5}, \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{15} + \sqrt{10}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{972x^6y^4}{625z^5t^2}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{4xy}{3z^2t} \sqrt[3]{\frac{3zt^2}{2x^2y}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{972x^6y^4}{625z^5t^2}} = \frac{3xy}{5z} \sqrt[4]{\frac{12x^2}{zt^2}}; \quad \frac{4xy}{3z^2t} \sqrt[3]{\frac{3zt^2}{2x^2y}} = \sqrt[3]{\frac{32xy^2}{9z^5t}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(2x - 1) - 2 = \log(x - 2)$
2. $\log(x^2 - 2x + 1) - 1 = 2 \log x$

Solución:

$$1. \log(2x - 1) - 2 = \log(x - 2) \implies \log \frac{2x - 1}{100} = \log(x - 2) \implies$$

$$98x = 199 \implies x = 199/98.$$

$$2. \log(x^2 - 2x + 1) - 1 = 2 \log x \implies \log \frac{x^2 - 2x + 1}{10} = \log x \implies$$

$$9x^2 + 2x - 1 = 0 \implies x = 0,24 \text{ y } x = -0,46 \text{ no vale}$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy^3) &= 9 \\ \log\left(\frac{x}{y^4}\right) &= 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(xy^3) &= 9 \\ \log\left(\frac{x}{y^4}\right) &= 2 \end{cases} \implies \begin{cases} \log x + 3 \log y &= 9 \\ \log x - 4 \log y &= 2 \end{cases} \implies \begin{cases} u + 3v &= 9 \\ u - 4v &= 2 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 6 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1000000 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$