

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2009

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

4 ; $3,1515\dots$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{16}$; $2,152535\dots$; $-\frac{3}{7}$; 0 ; $17,143737\dots$; $3,101102103\dots$; $3,222\dots$

Solución:

$4 \in \mathbb{N}$; $3,1515\dots \in \mathbb{Q}$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \in \text{irracional}$; $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$; $2,152535\dots \in \text{irracional}$; $-\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $17,143737\dots \in \mathbb{Q}$; $3,101102103\dots \in \text{irracional}$; $3,222\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = [-3, 3)$, $B = [1, 7)$ y $C = (0, 5)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1, 3), \quad A \cup C = [-3, 5), \quad B \cap C = [1, 5), \quad B \cup C = (0, 7)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(1, 11)$

2. $[2, 16]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(1, 11) = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 11\} = E(6, 5) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 6| < 5\}$

2. $[2, 16] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 16\} = \overline{E}(9, 7) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 9| < 7\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{125} - \sqrt{45}, \quad \frac{\sqrt[3]{5\sqrt{7}}}{\sqrt[3]{3}}$$

Solución:

$$\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{125} - \sqrt{45} = \frac{2\sqrt{5}}{3}, \quad \frac{\sqrt[3]{5\sqrt{7}}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[6]{\frac{175}{9}}$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{3 - \sqrt{2}}; \quad \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}}; \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{1}{3 - \sqrt{2}} = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}; \quad \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}} = \sqrt[5]{4}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{3}$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{1152x^6y^3}{625z^6t^5}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2xy^2}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{9z^2t}{4x^2y}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{1152x^6y^3}{625z^6t^5}} = \frac{2x}{5zt} \sqrt[4]{\frac{72x^2y^3}{z^2t}}; \quad \frac{2xy^2}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{9z^2t}{4x^2y}} = \sqrt[3]{\frac{2xy^5}{3zt^5}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log x - \log(x - 1) = 1$
2. $\log x + 1 = \log(x^2 - x + 1)$

Solución:

1. $\log x - \log(x - 1) = 1 \implies \log \frac{x}{x - 1} = \log 10 \implies$
 $9x = 10 \implies x = 10/9.$
2. $\log x + 1 = \log(x^2 - x + 1) \implies \log 10x = \log(x^2 - x + 1) \implies$
 $x^2 - 11x + 1 = 0 \implies x = 10,91 \text{ y } x = 0,09.$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y^3) = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^3}\right) = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(x^2 y^3) &= 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^3}\right) &= 4 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + 3\log y &= 8 \\ \log x - 3\log y &= 4 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 3v &= 8 \\ u - 3v &= 4 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 4 \\ v = \log y = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10000 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$