Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2009

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
6 ; $2,1313\ldots$; π ; $\sqrt{4}$; $5,112233\ldots$; $-\frac{3}{2}$; 0; $15,172727\ldots$;
$8,211222333\ldots$; $3,888\ldots$
Solución:

$6 \in N$; $2,1313\ldots \in Q$; $\pi \in$ irracional; $\sqrt{4} \in N$; $5,112233\ldots \in$ irracional; $-\dfrac{3}{2} \in Q$; $0 \in N$; $15,172727\ldots \in Q$; $8,211222333\ldots \in$ irracional; $3,888\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = [-2, 3)$ $B = [1, 5)$ y $C = (0, 4)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = [1, 3), \quad A \cup C = [-2, 4), \quad B \cap C = [1, 4), \quad B \cup C = (0, 5)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(3, 17)$
2. $[-1, 9]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$.
Solución:

1. $(3, 17) = \{x \in R : 3 < x < 17\} = E(10, 7) = \{x \in R : |x - 10| < 7\}$
2. $[-1, 9] = \{x \in R : -1 \le x \le 9\} = \overline{E}(4, 5) = \{x \in R : |x - 4| < 5\}$

Problema 4 *(1 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{675} - \sqrt{12}, \quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{5}}$$

Solución:

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{675} - \sqrt{12} = \frac{17\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{\frac{54}{25}}$$

Problema 5 *(1 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{2-\sqrt{5}}; \quad \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

Solución:

$$\frac{1}{2-\sqrt{5}} = -(2+\sqrt{5}); \quad \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}} = \sqrt[6]{3}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}$$

Problema 6 *(1 punto)* Sacar de la raiz

$$\sqrt[4]{\frac{25920x^5y^4}{2401z^5t^6}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{3xy^2}{2zt^2}\sqrt[3]{\frac{2zt^2}{3x^2y}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{25920x^5y^4}{2401z^5t^6}} = \frac{6xy}{7zt}\sqrt[4]{\frac{20x}{zt^2}}; \qquad \frac{3xy^2}{2zt^2}\sqrt[3]{\frac{2zt^2}{3x^2y}} = \sqrt[3]{\frac{9xy^5}{4z^2t^4}}$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(x^2-1) - 1 = \log x$
2. $\log x - 2 = \log(x-3)$

Solución:

1. $\log(x^2-1) - 1 = \log x \Longrightarrow \log\dfrac{x^2-1}{10} = \log x \Longrightarrow$

   $x^2 - 10x - 1 = 0 \Longrightarrow x = 10,1$ y $x = -0,1$ No Vale.
2. $\log x - 2 = \log(x-3) \Longrightarrow \log\dfrac{x}{100} = \log(x-3) \Longrightarrow$

   $99x = 300 \Longrightarrow x = 300/99$

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(x^2y) & = 7 \\ \log\left(\dfrac{x^2}{y^3}\right) & = 3 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(x^2y) & = 7 \\ & \\ \log\left(\dfrac{x^2}{y^3}\right) & = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2\log x + \log y & = 7 \\ 2\log x - 3\log y & = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2u + v & = 7 \\ 2u - 3v & = 3 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1000 \\ y = 10 \end{array}\right.$$