# Examen de Matemáticas 4º de ESO

**Abril 2009**

**Problema 1** *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 5\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (4,1)$, $\overrightarrow{v} = (0,-4)$ y $\overrightarrow{w} = (2,1)$

**Solución:**

$$\overrightarrow{z} = 5(4,1) - (0,-4) + 2(2,1) = (24,11)$$

**Problema 2** *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-3,5)$ y $B(15,26)$ en tres partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(15,26) - (-3,5)] = (6,7)$$

$$A_1 = A + (6,7) = (-3,5) + (6,7) = (3,12)$$

$$A_2 = A_1 + (6,7) = (3,12) + (6,7) = (9,19)$$

$$B = A_3 = A_2 + (6,7) = (9,19) + (6,7) = (15,26)$$

**Problema 3** *(1 punto)*Encontrar el punto $A'$ simétrico de $A(3,-1)$ respecto de $B(1,3)$

**Solución:**

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+3}{2} = 1 \Longrightarrow x = -1 \\[2ex] \dfrac{y-1}{2} = 3 \Longrightarrow y = 7 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(-1,7)$$

**Problema 4** *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(2,-1)$ y $B(3,-2)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

**Solución:**

$$\overrightarrow{AB} = (3,-2) - (2,-1) = (1,-1)$$

Ecuación Vectorial: $(x,y) = (2,-1) + \lambda(1,-1)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = -1 - \lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1}$

Ecuación General: $x + y - 1 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -x + 1$, luego $m = -1$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = -(x-2)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -1 \Longrightarrow \alpha = 135^{o}$

**Problema 5** Sean $A(0,-2)$, $B(3,-3)$ y $C(5,6)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

**Solución:**

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (0,-2) + [(5,6) - (3,-3)] = (2,7)$$

$$M\left(\frac{0+5}{2}, \frac{-2+6}{2}\right) = M\left(\frac{5}{2}, 2\right)$$

**Problema 6** *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: 3x-y+2=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 1-\lambda \\ y = 2+\lambda \end{array}\right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

**Solución:**

$$r: 3x - y + 2 = 0, \quad s: x + y - 3 = 0$$

$$3(1-\lambda) - (2+\lambda) + 2 = 0 \Longrightarrow \lambda = \frac{3}{4} \Longrightarrow \left(\frac{1}{4}, \frac{11}{4}\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{3-1}{\sqrt{10}\sqrt{2}} \Longrightarrow \alpha = 63^{o}26'6''$$

**Problema 7** *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (3,-5)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.
**Solución:**

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{34} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{21\sqrt{34}}{34}, -\frac{35\sqrt{34}}{34}\right)$$

**Problema 8** *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(2,-3)$ y radio $r = \sqrt{3}$
**Solución:**

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 3 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 10 = 0$$

**Problema 9** *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x - 10y + 22 = 0$, calcular su centro y su radio.
**Solución:**

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = 2 \Longrightarrow a = -1 \\ n = -2b = -10 \Longrightarrow b = 5 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = 2 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(-1,5) \;\; r = 2$$