

Examen de Matemáticas 4º de ESO
Abril 2009

Problema 1 (1 puntos) Calcular el vector $\vec{z} = 5\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$ donde $\vec{u} = (3, 1)$, $\vec{v} = (0, 5)$ y $\vec{w} = (1, -1)$

Solución:

$$\vec{z} = 5(3, 1) - (0, 5) + 2(1, -1) = (17, -2)$$

Problema 2 (1 puntos) Dividir el segmento que une los puntos $A(-1, 3)$ y $B(8, 21)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(8, 21) - (-1, 3)] = (3, 6)$$

$$A_1 = A + (3, 6) = (-1, 3) + (3, 6) = (2, 9)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 6) = (2, 9) + (3, 6) = (5, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3, 6) = (5, 15) + (3, 6) = (8, 21)$$

Problema 3 (1 punto) Encontrar el punto A' simétrico de $A(-2, 1)$ respecto de $B(2, 5)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-2}{2} = 2 \implies x = 6 \\ \frac{y+1}{2} = 5 \implies y = 9 \end{array} \right\} \implies A'(6, 9)$$

Problema 4 (2 puntos) Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 1)$ y $B(3, -2)$ y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, -2) - (-1, 1) = (4, -3)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 1) + \lambda(4, -3)$

Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 4\lambda \\ y = 1 - 3\lambda \end{cases}$

Ecuación Continua: $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-3}$

Ecuación General: $3x + 4y - 1 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$, luego $m = -\frac{3}{4}$

Ecuación punto pendiente: $y - 1 = -\frac{3}{4}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan \alpha = -\frac{3}{4} \implies \alpha = 143^\circ 7' 49''$

Problema 5 Sean $A(1, -2)$, $B(3, -3)$ y $C(5, 7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (1, -2) + [(5, 7) - (3, -3)] = (3, 8)$$

$$M \left(\frac{1+5}{2}, \frac{-2+7}{2} \right) = M \left(3, \frac{5}{2} \right)$$

Problema 6 (1 punto) Dadas las rectas $r : 2x - y - 1 = 0$ y $s : \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : 2x - y - 1 = 0, \quad s : x - y + 2 = 0$$

$$2(-1 + \lambda) - (1 + \lambda) - 1 = 0 \implies \lambda = 4 \implies (3, 5)$$

$$\cos \alpha = \frac{2+1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} \implies \alpha = 18^\circ 26' 6''$$

Problema 7 (1 punto) Dado el vector $\vec{u} = (-1, 5)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.

Solución:

$$|\vec{u}| = \sqrt{26} \implies \vec{v} = \left(-\frac{7\sqrt{26}}{26}, \frac{35\sqrt{26}}{26} \right)$$

Problema 8 (1 punto) Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1, -2)$ y radio $r = \sqrt{7}$

Solución:

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 7 \implies x^2 + y^2 + 2x + 4y - 2 = 0$$

Problema 9 (1 punto) Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$, calcular su centro y su radio.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} m = -2a = 4 &\implies a = -2 \\ n = -2b = -2 &\implies b = 1 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 &\implies r = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \implies C(-2, 1) \quad r = \sqrt{3}$$