Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2009

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 5\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (-1, 3)$, $\overrightarrow{v} = (2, 1)$ y $\overrightarrow{w} = (0, 2)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 5(-1, 3) - (2, 1) + 2(0, 2) = (-7, 18)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-1, 5)$ y $B(20, 20)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(20, 20) - (-1, 5)] = (7, 5)$$

$$A_1 = A + (7, 5) = (-1, 5) + (7, 5) = (6, 10)$$

$$A_2 = A_1 + (7, 5) = (6, 10) + (7, 5) = (13, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (7, 5) = (13, 15) + (7, 5) = (20, 20)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(-3, 5)$ respecto de $B(1, 2)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-3}{2} = 1 \Longrightarrow x = 5 \\ \\ \dfrac{y+5}{2} = 2 \Longrightarrow y = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(5, -1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, -1)$ y $B(3, -2)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, -2) - (1, -1) = (2, -1)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, -1) + \lambda(2, -1)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 - \lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1}$

Ecuación General: $x + 2y + 1 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, luego $m = -\frac{1}{2}$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -\frac{1}{2} \Longrightarrow \alpha = 153^{\circ}26'6''$

Problema 5 Sean $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$ y $C(5, 5)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-1,2) + [(5,5) - (3,-1)] = (1,8)$$

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = M\left(2, \frac{7}{2}\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r : x - 3y + 1 = 0$ y $s : \left\{ \begin{array}{c} x = 1 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{array} \right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r : x - 3y + 1 = 0, \quad s : 2x + y - 3 = 0$$

$$(1 - \lambda) - 3(1 + 2\lambda) + 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = -\frac{1}{7} \Longrightarrow \left(\frac{8}{7}, \frac{5}{7}\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{2-3}{\sqrt{10}\sqrt{5}} \Longrightarrow \alpha = 98^{o}7'48''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (3, -2)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{13} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{21\sqrt{13}}{13}, -\frac{14\sqrt{13}}{13}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(1, -3)$ y radio $r = \sqrt{5}$
Solución:

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = 2 \Longrightarrow a = -1 \\ n = -2b = -6 \Longrightarrow b = 3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = \sqrt{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(-1, 3) \;\; r = \sqrt{2}$$