

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2009

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 2x - 3}}$$

Solución:

$$(-\infty, -3) \cup [-2, 1) \cup [3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = -3 \implies (0, -3)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - x - 6 = 0 \implies (3, 0)$
el otro punto en $x = -2$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x+5}{5x}, \quad g(x) = 3x - 1$$

Solución:

1. $f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x+5}{5x}\right) = \frac{\frac{x+5}{5x} + 5}{5\frac{x+5}{5x}} = \frac{26x+5}{5x+25}$
2. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+5}{5x}\right) = 3\frac{x+5}{5x} - 1 = \frac{-2x+15}{5x}$
3. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = \frac{3x-1+5}{5(3x-1)} = \frac{3x+4}{15x-5}$
4. $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(3x-1) = 3(3x-1) - 1 = 9x-4$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{x+2}{3x+1}$

Solución:

$$\begin{aligned} y = \frac{x+2}{3x+1} &\implies 3yx + y = x + 2 \implies 3yx - x = -y + 2 \implies \\ &\implies x = \frac{-y+2}{3y-1} \implies f^{-1}(x) = \frac{-x+2}{3x-1} \end{aligned}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^2 + 8}{x^3}; \quad g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 5}; \quad h(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 5}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^2 + 8}{x^3} \text{ es impar}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 5} \text{ es par}$$

$$h(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 5} \text{ no es ni par ni impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^6 - 2x^5 + 4x - 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^3 + 2x - 1}{-x^2 + 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - x + 1}{-x^4 + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 5}{2x^2 + x - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^4 - x - 1}}{x^2 - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{x^2 + 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x} - \sqrt{3x^2 + 1})$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^6 - 2x^5 + 4x - 1) = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^3 + 2x - 1}{-x^2 + 3} = -\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - x + 1}{-x^4 + 2} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 5}{2x^2 + x - 1} = 2$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^4 - x - 1}}{x^2 - 1} = \sqrt{2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{x^2 + 2} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x} - \sqrt{3x^2 + 1}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^5 - 2}{3x^5 + 1} \right)^{x^2 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x+3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x}{x^2 - 3} \right)^x$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^5 - 2}{3x^5 + 1} \right)^{x^2 + 1} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x+3} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x}{x^2 - 3} \right)^x = e$$