

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2009

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 + 3x + 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -5] \cup (-2, -1) \cup [1, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 7x + 6}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = -\frac{5}{6} \implies \left(0, -\frac{5}{6}\right)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 + 4x - 5 = 0 \implies (-5, 0)$ el otro punto en $x = 1$ se anula el denominador.

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{x-3}{3x}, \quad g(x) = 2x-1$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x-3}{3x}\right) = \frac{\frac{x-3}{3x} - 3}{3\frac{x-3}{3x}} = \frac{-8x-3}{3x-9}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x-3}{3x}\right) = 2\frac{x-3}{3x} - 1 = \frac{-x-6}{3x}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x-1) = \frac{2x-1-3}{3(2x-1)} = \frac{2x-4}{6x-3}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(2x-1) = 2(2x-1) - 1 = 4x-3$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{3x+1}{2x+1}$

Solución:

$$y = \frac{3x+1}{2x+1} \implies 2yx + y = 3x + 1 \implies 2yx - 3x = -y + 1 \implies$$

$$\implies x = \frac{-y+1}{2y-3} \implies f^{-1}(x) = \frac{-x+1}{2x-3}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}; \quad g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^8 + 1}; \quad h(x) = \frac{x^3}{x^2 + 9}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^8 + 1} \text{ es par}$$

$$h(x) = \frac{x^3}{x^2 + 9} \text{ es impar}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (-4x^5 + x^4 - 3x^2 + 3)$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + 3x^5 - 4x^3 + x + 1}{x^4 + x^3 - x - 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 8}{x^4 + x^3 - 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2 + 1}{5x^3 + 8}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 1}{\sqrt{2x^2 + 8}}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x^2 + 8}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt{2x^2 + 1})$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (-4x^5 + x^4 - 3x^2 + 3) = -\infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + 3x^5 - 4x^3 + x + 1}{x^4 + x^3 - x - 1} = \infty$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 8}{x^4 + x^3 - 1} = 0$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2 + 1}{5x^3 + 8} = \frac{3}{5}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 1}{\sqrt{2x^2 + 8}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x^2 + 8} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt{2x^2 + 1}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^3 + x - 2}{4x^3 + 8} \right)^{2x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + x^2 + 8}{4x^3 - 1} \right)^{x^2 + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x + 1} \right)^{2x}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^3 + x - 2}{4x^3 + 8} \right)^{2x^2} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + x^2 + 8}{4x^3 - 1} \right)^{x^2 + 1} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x + 1} \right)^{2x} = e^{2/3}$$