Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2008

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
5; 4,8282; $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{81}$; $3,2277222777\ldots$; $-\dfrac{5}{9}$; $21,253838\ldots$;
$7,112113114\ldots$; $4,111\ldots$
Solución:

$5 \in R$; $4,8282\ldots \in Q$; $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \in$ irracinal $\sqrt{81} = 9 \in R$; $3,2277222777\ldots \in$ irracinal; $-\dfrac{5}{9} \in Q$; $0 \in N; 21,253838\ldots \in Q$;
$7,112113114\ldots \in$ irracinal; $4,111\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-3,4]$ $B = (-3,2]$ y $C = (0,4]$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-3,2], \quad A \cup C = (-3,4], \quad B \cap C = (0,2], \quad B \cup C = (-3,4)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $[2,12]$
2. $(3,7)$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r) = \{x \in R : |x-a| < r\}$.
Solución:

1. $[2,12] = \{x \in R : 2 \le x \le 12\} = \overline{E}(7,5) = \{x \in R : |x-7| \le 5\} =$
2. $(3,7) = \{x \in R : 3 < x < 7\} = E(5,2) = \{x \in R : |x-5| < 2\}$

Problema 4 *(1,5 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt{3}}$$

Solución:

$$3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128} = 18\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} = \sqrt[6]{\frac{28}{27}}$$

Problema 5 *(1,5 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{7}{2+\sqrt{11}}; \quad \frac{6}{\sqrt[5]{3^2}}, \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$$

Solución:

$$\frac{7}{2+\sqrt{11}} = -2+\sqrt{11}; \quad \frac{6}{\sqrt[5]{3^2}} = 2\sqrt[5]{3^3}, \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{7+\sqrt{21}}{4}$$

Problema 6 *(1 punto)* Sacar de la raiz

$$\sqrt[4]{\frac{11664x^7y^5}{1875z^4t^5}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{2xy^2}{3zt}\sqrt[3]{\frac{9z^2t^2}{4xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{11664x^7y^5}{1875z^4t^5}} = \frac{6xy}{5zt}\sqrt[4]{\frac{3x^3y}{t}} \qquad \frac{2xy^2}{3zt}\sqrt[3]{\frac{9z^2t^2}{4xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{2x^2y^4}{3zt}}$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $2\log(x-1)+1 = \log(x^2-1)$
2. $\log x - \log(1-x) = 1$

Solución:

1. $2\log(x-1)+1 = \log(x^2-1) \Longrightarrow \log 10(x-1)^2 = \log(x^2-1)$

   $\Longrightarrow 9x^2-20x+11 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{11}{9}$ y $x = 1$ (no vale).

2. $\log x - \log(1-x) = 1 \Longrightarrow$

   $\log\dfrac{x}{1-x} = \log 10 \Longrightarrow x = 10-10x \Longrightarrow$

   $x = \dfrac{10}{11}$.

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 6 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 3 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 6 \\ \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2\log x + 2\log y & = 6 \\ \log x - 2\log y & = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2u + 2v & = 6 \\ u - 2v & = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1000 \\ y = 1 \end{array}\right.$$