

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2008

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

-3 ; $2,71$; 0 ; $\sqrt{5}$; $1,2233222333\dots$; $-\frac{13}{7}$; 5 ; $11,163636\dots$; $4,21132142152\dots$; $5,333\dots$

Solución:

$-3 \in \mathbb{Z}$; $2,71 \in \mathbb{Q}$; $0 \in \mathbb{N}$; $\sqrt{5} \in \text{irracional}$; $1,2233222333\dots \in \text{irracional}$; $-\frac{13}{7} \in \mathbb{Q}$; $5 \in \mathbb{N}$; $11,163636\dots \in \mathbb{Q}$; $4,21132142152\dots \in \text{irracional}$; $5,333\dots \in \mathbb{Q}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-1, 4]$, $B = (-7, 2]$ y $C = (1, 3)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-1, 2], \quad A \cup C = (-1, 4], \quad B \cap C = (1, 2], \quad B \cup C = (-7, 3)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $(-5, 11)$

2. $[1, 13]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(-5, 11) = \{x \in \mathbb{R} : -5 < x < 11\} = E(3, 8) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 3| < 8\} = \overline{E}(2, 8) = \{x \in \mathbb{R} : -6 \leq x \leq 10\} = [-6, 10]$

2. $[1, 13] = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 13\} = \overline{E}(7, 6) = \{x \in \mathbb{R} : |x - 7| < 6\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{192} - 2\sqrt{12}, \quad \frac{\sqrt[4]{a^3}\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}, \quad \sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$$

Solución:

$$\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{192} - 2\sqrt{12} = 6\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt[4]{a^3}\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[6]{2},$$

Problema 5 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{3}{1 + \sqrt{7}}; \quad \frac{3}{\sqrt[3]{3}}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{3}{1 + \sqrt{7}} = -\frac{1 - \sqrt{7}}{2}; \quad \frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{9}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{6} + 2$$

Problema 6 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{2592x^5y^8}{15625z^6t^7}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{2xy}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{27zt^3}{2xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{2592x^5y^8}{15625z^6t^7}} = \frac{6xy^2}{5zt} \sqrt[4]{\frac{2x}{25z^2t^3}} \quad \frac{2xy}{3zt^2} \sqrt[3]{\frac{27zt^3}{2xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{4x^2y}{z^2t^3}}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(x + 1) - 1 = \log(x - 1)$
2. $\log(x + 1) - 2 \log(x - 1) = 1$

Solución:

$$1. \log(x + 1) - 1 = \log(x - 1) \implies \log \frac{x + 1}{10} = \log(x - 1) \implies$$

$$x + 1 = 10x - 10 \implies x = 11/9.$$

$$2. \log(x + 1) - 2 \log(x - 1) = 1 \implies \log \frac{x + 1}{(x - 1)^2} = \log 10 \implies$$

$$10x^2 - 21x + 9 = 0 \implies x = \frac{3}{2} \text{ y } x = \frac{3}{5} \text{ no vale}$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 &= 4 \\ \log\left(\frac{x^3}{y^2}\right) &= 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(xy)^2 &= 4 \\ \log\left(\frac{x^3}{y^2}\right) &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + 2\log y &= 4 \\ 3\log x - 2\log y &= 1 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 2v &= 4 \\ 3u - 2v &= 1 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 1 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$