

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2009

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ 2x^2 - 3 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x - 2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 - 4 & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

en los puntos $x = 0$, $x = 1$ y en $x = 2$.

Solución:

En $x = 0$ es discontinua no evitable(salto), en $x = 1$ hay una discontinuidad evitable(agujero), y en $x = 2$ es continua.

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2kx + 3k & \text{si } x < 1 \\ kx^2 - x - k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$1 - 2k + 3k = k - 1 - k \implies k = -2$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 1}}{x + 3}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x^2 + x - 1})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 - 1} \right)^{3x+1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2} \right)^{x-1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^4 - x^3 - 3x - 2}$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 8}{x^4 - 2x^3 + 2x - 4}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2-1}}{x-2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-5} - \sqrt{x+1}}{x-3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x^3 - 1}{2x^4 + x + 4}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 1}}{x + 3} = \sqrt{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x^2 + x - 1}) = -\frac{1}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 - 1} \right)^{3x+1} = \infty$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2} \right)^{x-1} = e^{-1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^4 - x^3 - 3x - 2} = \frac{10}{17}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 8}{x^4 - 2x^3 + 2x - 4} = 1$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2-1}}{x-2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-5} - \sqrt{x+1}}{x-3} = \frac{1}{2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x^3 - 1}{2x^4 + x + 4} = \frac{3}{2}$$