

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Junio 2009

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2 & \text{si } 0 < x < 3 \\ 2x + 5 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ x^2 - 5 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$$

en los puntos $x = 0$, $x = 3$ y en $x = 4$.

Solución:

En $x = 0$ hay una discontinuidad evitable(agujero), en $x = 3$ es continua, y en $x = 4$ es discontinua no evitable(salto).

Problema 2 Encontrar el valor de k que hace que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 - 3kx + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - x + k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

$$k - 3k + 1 = 1 - 1 + k \implies k = 1/3$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 + 2}}{x^2 + x - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 5} - \sqrt{x^2 + 2})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 + 8} \right)^{x-1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x}{2x^2 - 1} \right)^{2x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{2x^2 - 3x - 9}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 + 2x^2 - 6x + 1}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3x - 3}}{x - 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x + 4}}{x - 5}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + x^3 - 1}{3x^5 + x^2 - x + 4}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 + 2}}{x^2 + x - 1} = \sqrt{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 5} - \sqrt{x^2 + 2}) = \frac{1}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 + 8} \right)^{x-1} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x}{2x^2 - 1} \right)^{2x} = e$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{2x^2 - 3x - 9} = \frac{11}{9}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 + 2x^2 - 6x + 1} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3x - 3}}{x - 2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x + 4}}{x - 5} = \frac{1}{6}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + x^3 - 1}{3x^5 + x^2 - x + 4} = \frac{2}{3}$$