Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2008

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 2\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (0,1)$, $\overrightarrow{v} = (-1,2)$ y $\overrightarrow{w} = (1,4)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 2(0,1) - 3(-1,2) + (1,4) = (4,0)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-2,1)$ y $B(7,13)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(7,13) - (-2,1)] = (3,4)$$

$$A_1 = A + (3,4) = (-2,1) + (3,4) = (1,5)$$

$$A_2 = A_1 + (3,4) = (1,5) + (3,4) = (4,9)$$

$$B = A_3 = A_2 + (3,4) = (4,9) + (3,4) = (7,13)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(-2,2)$ respecto de $B(2,0)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-2}{2} = 2 \Longrightarrow x = 6 \\ \\ \dfrac{y+2}{2} = 0 \Longrightarrow y = -2 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(6,-2)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1,3)$ y $B(2,1)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (2,1) - (-1,3) = (3,-2)$$

Ecuación Vectorial: $(x,y) = (2,1) + \lambda(3,-2)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 2 + 3\lambda \\ y = 1 - 2\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{-2}$

Ecuación General: $2x + 3y - 7 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$, luego $m = -\frac{2}{3}$

Ecuación punto pendiente: $y - 2 = -\frac{2}{3}(x-1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -\frac{2}{3} \Longrightarrow \alpha = 146^o 18' 30''$

Problema 5 Sean $A(-3,-1)$, $B(1,-2)$ y $C(3,5)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-3,-1) + [(3,5) - (1,-2)] = (-1,6)$$

$$M\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) = M(0,2)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: 2x+3y-1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{r} x=-1+\lambda \\ y=1-\lambda \end{array}\right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: 2x+3y-1=0, \quad s: x+y=0$$

$$2(-1+\lambda)+3(1-\lambda)-1=0 \Longrightarrow \lambda=0 \Longrightarrow (-1,1)$$

$$\cos\alpha = \frac{2+3}{\sqrt{13}\sqrt{2}} \Longrightarrow \alpha = 11^{o}18'36''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-4,2)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 6.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{20} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(-\frac{24\sqrt{5}}{5}, \frac{12\sqrt{5}}{5}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(1,-1)$ y radio $r=\sqrt{3}$
Solución:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 3 \Longrightarrow x^2+y^2-2x+2y-1=0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2+y^2+4x-2y+1=0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m=-2a=4 \Longrightarrow a=-2 \\ n=-2b=-2 \Longrightarrow b=1 \\ p=a^2+b^2-r^2=0 \Longrightarrow r=2 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(-2,1) \;\; r=2$$