Examen de Matemáticas 4º de ESO

Enero 2008

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 1881^{o} a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\dfrac{9\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $137^{o}13'28''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $1881^{o} = 5 \cdot 360^{o} + 81^{o}$
2. $\dfrac{9\pi}{7}$ radianes$= 231^{o}25'43''$
3. $137^{o}13'28'' = 0,762\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 45^{o}

Solución:

$$\cos 45^{o} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 45^{o} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 45^{o} = 1$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 45^{o} calcular las de 225^{o}.

Solución

$$225^{o} = 180^{o} + 45^{o}$$
$$\sin 225^{o} = -\sin 45^{o} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 225^{o} = -\cos 45^{o} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\tan 225^{o} = 1$$

Problema 4 Sabiendo que $\cot\alpha = \dfrac{1}{3}$ y que $\alpha\in$tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\cot\alpha = \frac{1}{3} \Longrightarrow \tan\alpha = 3$$
$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{3}, \quad \sin\alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$
$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{10}, \quad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen un ángulo $A = 35^o$ y su cateto contiguo $a = 4\,cm$. Calcular sus lados y ángulos restantes.

Solución:

$$B = 90^o - 35^o = 55^o$$
$$\cos A = \frac{a}{c} \Longrightarrow c = 4,883\,cm$$
$$\tan A = \frac{a}{b} \Longrightarrow b = 2,8\,cm$$
$$C = 90^o$$

Problema 6 Calcular el área de un decágono regular de $20\,m$ de lado.

Solución:

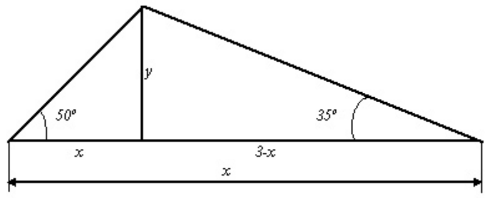
$$\frac{360^o}{10} = 36^o \Longrightarrow \tan 18^o = \frac{10}{h} \Longrightarrow h = 30,777\,m$$
$$S = \frac{p \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 20 \cdot 30,777}{2} = 3077,7\,m^2$$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 7 Adrián y Esteban se encuentran, con sus equipos de radio aficionado, en una noche muy oscura y cada uno en su coche, participando en el célebre juego de "La cacería del zorro". Se trata de localizar y capturar a otro coche que emite una señal por una frecuencia determinada (sería el zorro) y un montón de amigos se disponen a la caza, siempre guardando el mayor respeto tanto a las normas de tráfico como a las de medio ambiente. El zorro se mueve por carreteras, caminos, se para, retrocede,... En un cierto momento Adrián y Esteban se encuentran en los dos extremos de un camino de un camino rectilíneo, que según el mapa mide 3 Km, y está cruzado por un montón de caminos que inciden en éste de forma vertical. Están recibiendo claramente la señal del zorro y se encuentra entre ambos coches, uno de ellos recibe la señal con un ángulo de 50^o, mientras que el otro la recibe con un ángulo de 35^o. Para decidirse por que camino deben de entrar, se ponen a hacer sus cálculos.

Calcular la distancia a la que se encuentra el zorro desde el camino y la distancia que deben recorrer los dos amigos para coger el camino que de manera infalible los llevaría hasta el zorro.

Solución:



$$\begin{cases} \tan 35^{\circ} = \frac{y}{3-x} \\ \\ \tan 50^{\circ} = \frac{y}{x} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 1,1\,\mathrm{Km} \\ \\ y = 1,323\,\mathrm{Km} \end{cases}$$