Examen de Matemáticas 4º de ESO

Enero 2008

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 2015^o a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\dfrac{6\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $121^o11'13''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $2015^o = 5 \cdot 360^o + 215^o$
2. $\dfrac{6\pi}{7}$ radianes$= 154^o17'9''$
3. $121^o11'13'' = 0,673\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 30^o

Solución:

$$\sin 30^o = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30^o calcular las de 210^o.

Solución

$$210^o = 180^o + 30^o$$

$$\sin 210^o = -\sin 30^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 210^o = -\cos 210^o = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 210^o = \sqrt{3}$$

Problema 4 Sabiendo que $\tan\alpha = 2$ y que $\alpha \in$tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\tan\alpha = 2 \Longrightarrow \cot\alpha = \frac{1}{2}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad \sin\alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{5}, \quad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen un ángulo $A = 35^o$ y su hipotenusa $c = 4\,cm$. Calcular sus lados y ángulos restantes.

Solución:

$$B = 90^o - 35^o = 55^o$$
$$\sin A = \frac{a}{c} \Longrightarrow a = 2,294\,cm$$
$$\sin B = \frac{b}{c} \Longrightarrow b = 3,277\,cm$$
$$C = 90^o$$

Problema 6 Calcular el área de un octógono regular de $10\,m$ de lado.

Solución:

$$\frac{360^o}{8} = 45^o \Longrightarrow \tan 22^o 30' = \frac{5}{h} \Longrightarrow h = 12,071\,m$$
$$S = \frac{p \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 10 \cdot 12,071}{2} = 482,84\,m^2$$

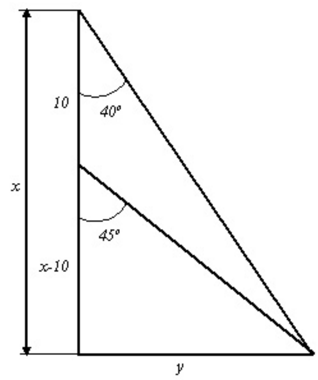
donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 7 Tomás es un detective con fama nacional. Se encuentra investigando un robo cometido en el último piso de un edificio. Su sorpresa fue enorme al reconocer que el testigo era Laura, su antigua compañera de colegio. Según la declaración de Laura, el ladrón salió por la ventana, trepó por la fachada y subió hasta el punto más alto y desde allí se lanzó en parapente. Laura dejó claro el lugar desde donde observó el suceso. La policía empezó a tomar medidas desde la ventana por donde salió el ladrón, resultó que el ángulo que se forma entre la ventana y el punto en el que estaba Laura era de 45^o sobre la vertical, mientras que el formado desde el punto más alto y el lugar de observación de Laura era de 40^o, también sobre la vertical del edificio. El ladrón tuvo que trepar 10 metros por el exterior para alcanzar el extremo desde donde Laura dijo que se había lanzado.

Tomás sabe perfectamente que, para poder lanzarse en parapente tiene que haber una altura mínima de 70 m. Observó detenidamente el edificio, y recordando las clases de trigonometría, se puso a hacer cálculos.

Calcular la altura del edificio y la distancia hasta él desde donde Laura vio el suceso.

Solución:



$$\left\{\begin{array}{l} \tan 40^{\text{o}} = \frac{y}{x} \\ \\ \tan 45^{\text{o}} = \frac{y}{x-10} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 62,111\,\text{m} \\ \\ y = 52,111\,\text{m} \end{array}\right.$$

Laura está mintiendo.