

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2007

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

$$\sqrt{3}; \quad \frac{1}{3}; \quad 0; \quad \frac{6}{2}; \quad -\frac{1}{6}; \quad 3,222002222000\dots; \quad 5 + \sqrt{3}; \quad 2,156156\dots; \quad -4; \quad \sqrt{9}$$

Solución:

$$\sqrt{3} \in \text{irracional}; \quad \frac{1}{3} \in Q; \quad 0 \in N; \quad \frac{6}{2} \in N; \quad -\frac{1}{6} \in Q; \quad 3,222002222000\dots \in \text{irracional}$$

$$5 + \sqrt{3} \in \text{irracional}; \quad 2,156156\dots \in Q; \quad -4 \in Z; \quad \sqrt{9} \in N$$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-1, 2)$ $B = [1, 6)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = [1, 2), \quad A \cup B = (-1, 6)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

a) $A = (1, 9)$

b) $B = [-1, 3]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

a) $(1, 9) = \{x \in R : 1 < x < 9\} = E(5, 4) = \{x \in R : |x - 5| < 4\}$

b) $[-1, 3] = \{x \in R : -1 \leq x \leq 3\} = \overline{E}(1, 2) = \{x \in R : |x - 1| \leq 2\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{972} + \frac{1}{3}\sqrt{3888} - \sqrt{432}, \quad \frac{\sqrt{3}\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}$$

Solución:

$$\sqrt{972} + \frac{1}{3}\sqrt{3888} - \sqrt{432} = 18\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt{3}\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[6]{6}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[4]{\frac{5184x^6y^4}{3125z^4t^6}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{3x^2y}{2z^2t} \sqrt[3]{\frac{4z^2t}{30x^2y^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{5184x^6y^4}{3125z^4t^6}} = \frac{6xy}{5zt} \sqrt[4]{\frac{4x^2}{5t^3}} \quad \frac{3x^2y}{2z^2t} \sqrt[3]{\frac{4z^2t}{30x^2y^2}} = \sqrt[3]{\frac{9x^4y}{20z^4t^2}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{5}{\sqrt[4]{2}}, \quad \frac{-2}{\sqrt{5}-1}, \quad \frac{-1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}}$$

Solución:

$$\frac{5}{\sqrt[4]{2}} = \frac{5\sqrt[4]{2^3}}{2}; \quad \frac{-2}{\sqrt{5}-1} = -\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1), \quad \frac{-1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} = \sqrt{4}+\sqrt{5}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

a) $\log(2-x) - \log x = 1$

b) $\log(x+1) + \log x = 1$

Solución:

a) $\log \frac{2-x}{x} = \log 10 \implies 2-x = 10x \implies x = \frac{2}{11}$

b) $\log(x^2+x) = \log 10 \implies x^2+x-10=0 \implies x=2,701; x=-3,701$ no vale

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 7 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(x^2y^2) = 8 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) = 7 \end{cases} \implies \begin{cases} 2\log x + 2\log y = 8 \\ \log x - 2\log y = 7 \end{cases} \implies \begin{cases} 2u + 2v = 8 \\ u - 2v = 7 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} u = \log x = 5 \\ v = \log y = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 10^5 \\ y = 10^{-1} \end{cases}$$