Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2007

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

1 ; $\sqrt{5}$; $-\dfrac{2}{5}$; $\dfrac{4}{2}$; 2,1100111000... ; $\dfrac{3}{4}$; $2+\sqrt{2}$; 2,1515... ; -6 ; $\sqrt{4}$

Solución:

$$1 \in N;\ \ \sqrt{5} \in \text{irracional};\ \ -\frac{2}{5} \in Q;\ \ \frac{4}{2} \in N;\ \ 2,1100111000\ldots \in \text{irracional}$$

$$\frac{3}{4} \in Q;\ \ 2+\sqrt{2} \in \text{irracional};\ \ 2,1515\ldots \in Q;\ \ -6 \in Z;\ \ \sqrt{4} \in N$$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-3, 7]$ $B = (0, 10)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (0, 7],\ \ A \cup B = (-3, 10)$$

Problema 3 *(1 punto)* Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

a) $A = (0, 10)$

b) $B = [-2, 6]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$.

Solución:

a) $(0, 10) = \{x \in R : 0 < x < 10\} = E(5, 5) = \{x \in R : |x - 5| < 5\}$

b) $[-2, 6] = \{x \in R : -2 \le x \le 6\} = \overline{E}(2, 4) = \{x \in R : |x - 2| \le 4\}$

Problema 4 *(1 punto)* Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{180} + \frac{1}{2}\sqrt{1280} - \sqrt{405},\quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{2}}$$

Solución:

$$\sqrt{180} + \frac{1}{2}\sqrt{1280} - \sqrt{405} = 5\sqrt{5},\quad \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{50}$$

Problema 5 *(1 punto)* Sacar de la raiz

$$\sqrt[4]{\frac{2592x^5y^8}{15625z^6t^7}}$$

Meter en la raiz

$$\frac{2xy}{3zt^2}\sqrt[3]{\frac{27zt^3}{2xy^2}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{\frac{2592x^5y^8}{15625z^6t^7}} = \frac{6xy^2}{5zt}\sqrt[4]{\frac{2x}{25z^2t^3}} \qquad \frac{2xy}{3zt^2}\sqrt[3]{\frac{27zt^3}{2xy^2}} = \sqrt[3]{\frac{4x^2y}{z^2t^3}}$$

Problema 6 *(1 punto)* Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{3}{\sqrt[6]{2^5}}, \quad \frac{-2}{\sqrt{3}-1}; \quad \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{3}{\sqrt[6]{2^5}} = \frac{3\sqrt[6]{2}}{2}; \quad \frac{-2}{\sqrt{3}-1} = -(\sqrt{3}+1), \quad \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 3(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

a) $\log(9+x) - \log x = 1$

b) $\log(1-x) - 1 = 2\log x$

Solución:

a) $\log \frac{9+x}{x} = \log 10 \Longrightarrow 9 = 9x \Longrightarrow x = 1$

b) $\log\left(\frac{1-x}{10}\right) = \log x^2 \Longrightarrow 1-x = 10x^2 \Longrightarrow x = 0,27; \quad x = -0.37$ no vale

Problema 8 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy^2) & = 10 \\ \\ \log\left(\dfrac{x^2}{y}\right) & = 5 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy^2) & = 10 \\ \\ \log\left(\dfrac{x^2}{y}\right) & = 5 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} \log x + 2\log y & = 10 \\ 2\log x - \log y & = 5 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} u + 2v & = 10 \\ 2u - v & = 5 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = \log x = 4 \\ v = \log y = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 10^4 \\ y = 10^3 \end{array}\right.$$