Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2007

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 3\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (-1, 2)$, $\overrightarrow{v} = (1, 1)$ y $\overrightarrow{w} = (-3, 1)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 3(-1, 2) - 2(1, 1) + (-3, 1) = (-8, 5)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(1, -2)$ y $B(7, 10)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(7, 10) - (1, -2)] = (2, 4)$$

$$A_1 = A + (2, 4) = (1, -2) + (2, 4) = (3, 2)$$

$$A_2 = A_1 + (2, 4) = (3, 2) + (2, 4) = (5, 6)$$

$$B = A_3 = A_2 + (2, 4) = (5, 6) + (2, 4) = (7, 10)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(2, -1)$ respecto de $B(0, -1)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = 0 \Longrightarrow x = -2 \\ \\ \dfrac{y-1}{2} = -1 \Longrightarrow y = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(-2, -1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(2, -1)$ y $B(3, 2)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 2) - (2, -1) = (1, 3)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (2, -1) + \lambda(1, 3)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = -1 + 3\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{3}$

Ecuación General: $3x - y - 7 = 0$

Ecuación Explícita: $y = 3x - 7$, luego $m = 3$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = 3(x - 2)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = 3 \Longrightarrow \alpha = 71^{\circ}33'54''$

Problema 5 Sean $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ y $C(5, 3)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-2,-3) + [(5,3) - (2,1)] = (1,-1)$$

$$M\left(\frac{-2+5}{2}, \frac{-3+3}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: x-2y+1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 1-2\lambda \\ y = -1+\lambda \end{array}\right.$, estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: x-2y+1=0, \quad s: x+2y+1=0 \Longrightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{-2}{2} \Longrightarrow \text{se cortan}$$

$$(1-2\lambda) - 2(-1+\lambda) + 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = 1 \Longrightarrow (-1,0)$$

$$\cos\alpha = \frac{1-4}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = 0 \Longrightarrow \alpha = 126^{\circ}52'12''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-1,3)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{10} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(-\frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{3\sqrt{10}}{2}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1,3)$ y radio $r = \sqrt{7}$
Solución:

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 7 \Longrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 6y + 3 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 24 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -2 \Longrightarrow a = 1 \\ n = -2b = 10 \Longrightarrow b = -5 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = \sqrt{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(1,-5) \;\; r = \sqrt{2}$$