Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2007

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 3\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (0,2)$, $\overrightarrow{v} = (-1,3)$ y $\overrightarrow{w} = (1,5)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 3(0,2) - 2(-1,3) + (1,5) = (3,5)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-1,3)$ y $B(11,12)$ en tres partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(11,12) - (-1,3)] = (4,3)$$

$$A_1 = A + (4,3) = (-1,3) + (4,3) = (3,6)$$

$$A_2 = A_1 + (4,3) = (3,6) + (4,3) = (7,9)$$

$$B = A_3 = A_2 + (4,3) = (7,9) + (4,3) = (11,12)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(-3,1)$ respecto de $B(2,0)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-3}{2} = 2 \Longrightarrow x = 7 \\ \\ \dfrac{y+1}{2} = 0 \Longrightarrow y = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(7,-1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1,2)$ y $B(2,1)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (2,1) - (-1,2) = (3,-1)$$

Ecuación Vectorial: $(x,y) = (-1,2) + \lambda(3,-1)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-2}{-1}$

Ecuación General: $x + 3y - 5 = 0$

Ecuación Explícita: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$, luego $m = -\frac{1}{3}$

Ecuación punto pendiente: $y - 2 = -\frac{1}{3}(x+1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -\frac{1}{3} \Longrightarrow \alpha = 161^o33'54''$

Problema 5 Sean $A(-2,-1)$, $B(1,-3)$ y $C(3,5)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-2,-1) + [(3,5) - (1,-3)] = (0,7)$$

$$M\left(\frac{-2+3}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) = M\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: 2x+y-1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x=-1+\lambda \\ y=1-\lambda \end{array}\right.$, estudiar la posición que ocupan, su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: 2x+y-1=0, \quad s: x+y=0 \Longrightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1} \Longrightarrow \text{se cortan}$$

$$2(-1+\lambda) + (1-\lambda) - 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = 2 \Longrightarrow (1,-1)$$

$$\cos\alpha = \frac{2+1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} \Longrightarrow \alpha = 18^{o}26'6''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-4,2)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 5.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{20} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(2,-1)$ y radio $r = \sqrt{3}$
Solución:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 3 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 2 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 9 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = 6 \Longrightarrow a = -3 \\ n = -2b = -2 \Longrightarrow b = 1 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(-3,1) \;\; r = 1$$