Examen de Matemáticas 4º de ESO

Febrero 2007

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 3122º a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\frac{\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $122^o2'35''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $3122^o = 8 \cdot 360^o + 242^o$
2. $\frac{\pi}{7}$ radianes= $25^o42'52''$
3. $122^o2'35'' = 0,678\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 45º

Solución:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 45^o = 1$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30º calcular las de 240º.

Solución

$$240^o = 180^o + 60^o$$

$$\sin 240^o = -\cos 30^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 240^o = -\sin 30^o = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 240^o = \sqrt{3}$$

Problema 4 Sabiendo que $\tan\alpha = 3$ y que $\alpha \in$tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\tan\alpha = 3 \Longrightarrow \cot\alpha = \frac{1}{3}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{10}, \quad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{3}, \quad \sin\alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos $a = 4\,cm$ y $b = 3\,cm$. Calcular sus lados y ángulos restantes.

Solución:

$$\tan A = \frac{a}{b} \Longrightarrow A = 53^{\text{o}}7'49''$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Longrightarrow b = 5\,cm$$

$$B = 90^{\text{o}} - 53^{\text{o}}7'49'' = 36^{\text{o}}52'49''$$

$$C = 90^{\text{o}}$$

Problema 6 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica: $\tan^2 x - 1 = 0$

Solución:

$$\tan x = \pm 1$$

$$\tan x = 1 \Longrightarrow x = 45^{\text{o}}, \quad x = 225^{\text{o}}$$

$$\cos x = -1 \Longrightarrow x = 135^{\text{o}}, \quad x = 315^{\text{o}}$$

Problema 7 Calcular el área de un decágono regular de $8\,m$ de lado.

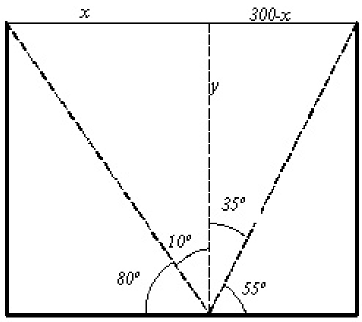
Solución:

$\dfrac{360^{\text{o}}}{10} = 36^{\text{o}} \Longrightarrow \tan 18^{\text{o}} = \dfrac{4}{h} \Longrightarrow h = 12,31\,m$

$S = \dfrac{p \cdot h}{2} = \dfrac{8 \cdot 10 \cdot 12,31}{2} = 492,429\,m^2$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 8 A nuestro compañero Enrique le encanta el equilibrismo y a decidido jugarse la vida cruzando, sobre una cuerda, el desfiladero de "La Hermida", por un lugar en el que la separación entre las paredes de roca es de 300 metros. Nosotros nos encontramos en el fondo del desfiladero y vemos un extremo de la cuerda con un ángulo de 55^{o}, mientras que el otro extremo lo observamos con un ángulo de 80^{o}(cuidado los águlos medidos sobre la horizontal). No podía faltar la pregunta del profe de mates para preguntarnos por la altura a la que está la cuerda y por la distancia que nos separa de alguna de las paredes. (¡Que pesado!). El desfiladero de "La Hermida"se encuentra en Cantabria; por él fluye el río Deva, uniendo los pueblos de Panes y Potes. Hace de frontera natural con Asturias, y no me equivoco al afirmar que es uno de los parajes más bellos de España.



Solución:

$$\left\{\begin{array}{l} \tan 10^{\circ} = \frac{x}{y} \\ \\ \tan 35^{\circ} = \frac{300-x}{y} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 60,34912838\, m \\ \\ h = 342,2569146\, m \end{array}\right.$$