Examen de Matemáticas 4º de ESO

Febrero 2007

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 2512^o a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\dfrac{3\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $115^o22'12''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $2512^o = 6 \cdot 360^o + 352^o$
2. $\dfrac{3\pi}{7}$ radianes$= 77^o8'34''$
3. $115^o22'12'' = 0,641\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 60^o

Solución:

$$\cos 60^o = \frac{1}{2}, \quad \sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^o = \sqrt{3}$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30^o calcular las de 300^o.

Solución

$$300^o = 270^o + 30^o$$

$$\sin 300^o = -\cos 30^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 300^o = \sin 30^o = \frac{1}{2}$$

$$\tan 300^o = -\sqrt{3}$$

Problema 4 Sabiendo que $\cot\alpha = \dfrac{1}{2}$ y que $\alpha\ \in$tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\cot\alpha = \frac{1}{2} \Longrightarrow \tan\alpha = 2$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad \sin\alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{5}, \quad \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen un ángulo $A = 35^o$ y su cateto opuesto $a = 4\,cm$. Calcular sus lados y ángulos restantes.

Solución:

$$B = 90^o - 35^o = 55^o$$
$$\sin A = \frac{a}{c} \Longrightarrow c = 7,02\,cm$$
$$\tan A = \frac{a}{b} \Longrightarrow b = 5,713\,cm$$
$$C = 90^o$$

Problema 6 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica: $4\cos^2 x - 1 = 0$

Solución:

$$\cos x = \pm\frac{1}{2}$$
$$\cos x = \frac{1}{2} \Longrightarrow x = 60^o, \quad x = 300^o$$
$$\cos x = -\frac{1}{2} \Longrightarrow x = 120^o, \quad x = 240^o$$

Problema 7 Calcular el área de un decágono regular de $10\,m$ de lado.

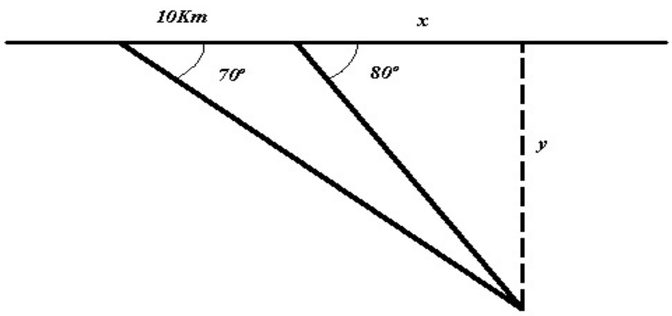
Solución:

$$\frac{360^o}{10} = 36^o \Longrightarrow \tan 18^o = \frac{5}{h} \Longrightarrow h = 15,388\,m$$
$$S = \frac{p\cdot h}{2} = \frac{10\cdot 10\cdot 15,388}{2} = 769,421\,m^2$$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 8 Sheila y Javier viajaban en un avión con sus compañeros, en un viaje de fin de curso a la ciudad de Roma. En este viaje divisaron la isla de ibiza con un ángulo de 70^o con la horizontal del avión. En este momento le preguntaron a la azafata por la distancia que debía de recorrer el avión para encontrarse encima de la isla, ella contestó que en el tiempo que habían estado hablando el avión había recorrido 10 Km, volvieron a mirar y se dieron cuenta que ahora se veía la isla con un ángulo de 80^o. Se lo contáis al profesor de mates, y como es un poco pesado no se le ocurre otra cosa que preguntaros por la altura a la que vuela el avión y la distancia que nos queda por recorrer para estar encima de la isla.

Solución:



$$\left\{\begin{array}{l}\tan 80^{\mathrm{o}} = \frac{y}{x} \\ \\ \tan 70^{\mathrm{o}} = \frac{y}{10+x}\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 9,396926207\,\mathrm{Km} \\ \\ h = 53,29261676\,\mathrm{Km}\end{array}\right.$$