

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2007

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 2}}$$

Solución:

$$(-\infty, -5] \cup (-2, 1) \cup [3, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \Rightarrow f(0) = 8 \Rightarrow (0, 8)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 \Rightarrow (-4, 0)$ y $(2, 0)$

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{2x - 3}{2x}, \quad g(x) = x - 1$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2x - 3}{2x}\right) = \frac{2\frac{2x - 3}{2x} - 3}{2\frac{2x - 3}{2x}} = \frac{x + 3}{3 - 2x}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2x - 3}{2x}\right) = \frac{2x - 3}{2x} - 1 = -\frac{3}{2x}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x - 1) = \frac{2(x - 1) - 3}{2(x - 1)} = \frac{2x - 5}{2x - 2}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x - 1) = (x - 1) - 1 = x - 2$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 1}$

Solución:

$$y = \frac{2x - 3}{x + 1} \Rightarrow yx + y = 2x - 3 \Rightarrow yx - 2x = -3 - y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{3 + y}{y - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{3 + x}{x - 2}$$

Problema 5 Comprobar la simetría de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}; \quad g(x) = \frac{2x^3}{2x^2 + 8}; \quad h(x) = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 + 3}$$

Solución:

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1} \text{ no es ni par ni impar}$$

$$g(x) = \frac{2x^3}{2x^2 + 8} \text{ es impar}$$

$$h(x) = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 + 3} \text{ es par}$$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{-3x^2 + x - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^5 + 7x^2 + 1}{5x^5 + 6}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{-3x^2 + x - 5} = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^5 + 7x^2 + 1}{5x^5 + 6} = -\frac{2}{5}$$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 3x + 8}{5x^2 + x - 2} \right)^{x^2 + 9}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 6}{x + 2} \right)^{x - 1}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 3x + 8}{5x^2 + x - 2} \right)^{x^2 + 9} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 6}{x + 2} \right)^{x - 1} = e^{-8}$$

Problema 8 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 2x - 1}}{2x + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5 - 2x + 6}}{3x^3 + 5x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 5x + 1}}{-x - 5}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 2x - 1}}{2x + 5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5 - 2x + 6}}{3x^3 + 5x + 2} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 5x + 1}}{-x - 5} = -\infty$$