

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Mayo 2006

Problema 1 Calcular el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 4x - 5}}$$

Solución:

$$(-\infty, -5] \cup (-1, 1] \cup (5, \infty)$$

Problema 2 Encontrar los puntos de corte de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 1}$$

Solución:

Corte con el eje OY : Hacemos $x = 0 \implies f(0) = 15 \implies (0, 15)$

Corte con el eje OX : Hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 + 2x - 15 = 0 \implies (3, 0)$ y $(-5, 0)$

Problema 3 Dadas las funciones f y g calcular $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

$$f(x) = \frac{2}{x-1}, \quad g(x) = x-1$$

Solución:

$$1. \quad f \circ f(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2}{x-1}\right) = \frac{2}{\frac{2}{x-1} - 1} = \frac{2(x-1)}{3-x}$$

$$2. \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2}{x-1}\right) = \frac{2}{x-1} - 1 = \frac{3-x}{x-1}$$

$$3. \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x-1) = \frac{2}{(x-1)-1} = \frac{2}{x-2}$$

$$4. \quad g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x-1) = (x-1) - 1 = x-2$$

Problema 4 Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

Solución:

$$y = \frac{x+1}{x-3} \implies yx - 3y = x + 1 \implies yx - x = 1 + 3y \implies$$

$$\implies x = \frac{1+3y}{y-1} \implies f^{-1}(x) = \frac{1+3x}{x-1}$$

Problema 5 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{-x^5 + 6}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 1}{-3x^2 + x - 1}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{-x^5 + 6} = 0$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 1}{-3x^2 + x - 1} = \frac{5}{3}$

Problema 6 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + x - 1}{x^3 + 2} \right)^{\frac{x^2+x}{2}}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{2x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + x - 1}{x^3 + 2} \right)^{\frac{x^2+x}{2}} = \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{2x} = e^8$

Problema 7 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 + x - 6}$
2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - 2}{x-3}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+2}}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 + x - 6} = 2$
2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - 2}{x-3} = \frac{1}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+2}} = 3$