

Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2005

Problema 1 (1 punto) Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

3 ; $\frac{1}{4}$; -2 ; $\sqrt{5}$; $0,161616\dots$; $0,10011000111\dots$; $-\frac{2}{3}$; π ; $\sqrt{16}$;
 $1 - \sqrt{2}$

Solución:

$3 \in N$; $\frac{1}{4} \in Q$; $-2 \in Z$; $\sqrt{5} \in \text{irracional}$; $0,161616\dots \in Q$

$0,10011000111\dots \in \text{irracional}$; $-\frac{2}{3} \in Q$; $\pi \in \text{irracional}$

$\sqrt{16} \in N$; $1 - \sqrt{2} \in \text{irracional}$

Problema 2 (1 punto) Dados los intervalos $A = (-3, 5]$ $B = (-2, 8)$, calcular $A \cap B$ y $A \cup B$.

Solución:

$$A \cap B = (-2, 5], \quad A \cup B = (-3, 8)$$

Problema 3 (1 punto) Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $A = (-1, 7)$

2. $B = [-2, 8]$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$).

Solución:

1. $(-1, 7) = \{x \in R : -1 < x < 7\} = E(3, 4) = \{x \in R : |x - 3| < 4\}$

2. $[-2, 8] = \{x \in R : -2 \leq x \leq 8\} = \overline{E}(3, 5) = \{x \in R : |x - 3| \leq 5\}$

Problema 4 (1 punto) Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{162}, \quad \frac{\sqrt[4]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{2\sqrt[4]{3}}}$$

Solución:

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{162} = -4\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt[4]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{2\sqrt[4]{3}}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}$$

Problema 5 (1 punto) Sacar de la raíz

$$\sqrt[3]{\frac{81x^7y^3z^5}{32t^8}}$$

Meter en la raíz

$$\frac{3x^2y}{t^3} \sqrt[3]{\frac{2t^2}{9x^2y}}$$

Solución:

$$\sqrt[3]{\frac{81x^7y^3z^5}{32t^8}} = \frac{3x^2yz}{2t^2} \sqrt[3]{\frac{3xz^2}{4t^2}} \quad \frac{3x^2y}{t^3} \sqrt[3]{\frac{2t^2}{9x^2y}} = \sqrt[3]{\frac{6x^4y^2}{t^7}}$$

Problema 6 (1 punto) Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{2}{\sqrt[6]{2^5}}, \quad \frac{-3}{1-\sqrt{4}}; \quad \frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{2}{\sqrt[6]{2^5}} = \sqrt[6]{2}; \quad \frac{-3}{1-\sqrt{4}} = 1, \quad \frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

Problema 7 (2 puntos) Resolver las ecuaciones:

1. $\log(7-x) - \log x = 1$
2. $\log(x+1) + \log(x-2) = 1$

Solución:

$$1. \log(7-x) - \log x = 1 \implies \log \frac{(7-x)}{x} = \log 10 \implies$$

$$7-x = 10x \implies x = \frac{7}{11}.$$

$$2. \log(x+1) + \log(x-2) = 1 \implies \log(x^2-x-2) = \log 10 \implies x = 4, \quad x = -3(\text{no vale}).$$

Problema 8 (2 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy) &= 1 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) &= -2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log(xy) &= 1 \\ \log\left(\frac{x}{y^2}\right) &= -2 \end{cases} \implies \begin{cases} \log x + \log y &= 1 \\ \log x - 2\log y &= -2 \end{cases} \implies \begin{cases} u + v &= 1 \\ u - 2v &= -2 \end{cases} \\ \implies \begin{cases} u = \log x = 0 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$