Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2005

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (4, -1)$, $\overrightarrow{v} = (1, -3)$ y $\overrightarrow{w} = (1, 3)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 2(4, -1) + 3(1, -3) - (1, 3) = (10, -14)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(1, 3)$ y $B(21, 18)$ en cinco partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}[(21, 18) - (1, 3)] = (4, 3)$$

$$A_1 = A + (4, 3) = (1, 3) + (4, 3) = (5, 6)$$

$$A_2 = A_1 + (4, 3) = (5, 6) + (4, 3) = (9, 9)$$

$$A_3 = A_2 + (4, 3) = (9, 9) + (4, 3) = (13, 12)$$

$$A_4 = A_3 + (4, 3) = (13, 12) + (4, 3) = (17, 15)$$

$$B = A_4 + (4, 3) = (17, 15) + (4, 3) = (21, 18)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto simétrico B de $A(5, -1)$ respecto del punto $M(1, 0)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{5 + x}{2} = 1 \Longrightarrow x = -3 \\ \\ \dfrac{-1 + y}{2} = 0 \Longrightarrow y = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow (-3, 1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, -1)$ y $B(3, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 3) - (1, -1) = (2, 4)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, -1) + \lambda(2, 4)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + 4\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x - 1}{2} = \dfrac{y + 1}{4}$

Ecuación General: $2x - y - 3 = 0$

Ecuación Explícita: $y = 2x - 3$, luego $m = 2$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = 2(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = 2 \Longrightarrow \alpha = 63^{\circ}26'6''$

Problema 5 Sean $A(-3,1)$, $B(3,-1)$ y $C(5,7)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-3,1) + [(5,7) - (3,-1)] = (-1,9)$$

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{1+7}{2}\right) = M\,(1,4)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Hallar el punto de intersección de las rectas $r: 2x + y - 1 = 0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{array}\right.$, así como el ángulo que forman.

Solución:

$$2(2+\lambda) + (2-\lambda) - 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = -5 \Longrightarrow (-3,7)$$

$$r: 2x + y - 1 = 0, \quad s: x + y - 4 = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{2+1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Longrightarrow \alpha = 18^{\text{o}}26'6''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (3,-1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{10} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{-3}{\sqrt{10}}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(3,0)$ y radio $r = \sqrt{5}$
Solución:

$$(x-3)^2 + (y-0)^2 = 5 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -6 \Longrightarrow a = 3 \\ n = -2b = -4 \Longrightarrow b = 2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 9 \Longrightarrow r = 2 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(3,2)\ \ r = 2$$