# Examen de Matemáticas 4º de ESO

**Abril 2005**

**Problema 1** *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (-3,1)$, $\overrightarrow{v} = (1,-3)$ y $\overrightarrow{w} = (1,2)$

**Solución:**

$$\overrightarrow{z} = 2(-3,1) + 3(1,3) - (1,2) = (-4,-9)$$

**Problema 2** *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(1,3)$ y $B(11,18)$ en cinco partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}[(11,18) - (1,3)] = (2,3)$$

$$A_1 = A + (2,3) = (1,3) + (2,3) = (3,6)$$

$$A_2 = A_1 + (2,3) = (3,6) + (2,3) = (5,9)$$

$$A_3 = A_2 + (2,3) = (5,9) + (2,3) = (7,12)$$

$$A_4 = A_3 + (2,3) = (7,12) + (2,3) = (9,15)$$

$$B = A_4 + (2,3) = (9,15) + (2,3) = (11,18)$$

**Problema 3** *(1 punto)*Encontrar el punto simétrico $B$ de $A(3,-1)$ respecto del punto $M(1,0)$

**Solución:**

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{3+x}{2} = 1 \Longrightarrow x = -1 \\ \\ \dfrac{-1+y}{2} = 0 \Longrightarrow y = 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow (-1,1)$$

**Problema 4** *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1,-1)$ y $B(3,3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

**Solución:**

$$\overrightarrow{AB} = (3,3) - (1,-1) = (2,4)$$

Ecuación Vectorial: $(x,y) = (1,-1) + \lambda(2,4)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + 4\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{4}$

Ecuación General: $2x - y - 3 = 0$

Ecuación Explícita: $y = 2x - 3$, luego $m = 2$

Ecuación punto pendiente: $y + 1 = 2(x-1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = 2 \Longrightarrow \alpha = 63^{\circ}26'6''$

**Problema 5** Sean $A(-3,1)$, $B(3,-2)$ y $C(5,8)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

**Solución:**

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-3,1) + [(5,8) - (3,-2)] = (-1,11)$$

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{1+8}{2}\right) = M\left(1, \frac{9}{2}\right)$$

**Problema 6** *(1 puntos)* Hallar el punto de intersección de las rectas $r: 2x+y-1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 2+\lambda \\ y = 2-\lambda \end{array}\right.$, así como el ángulo que forman.

**Solución:**

$$2(2+\lambda) + (2-\lambda) - 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = -5 \Longrightarrow (-3,7)$$

$$r: 2x+y-1=0, \quad s: x+y-4=0$$

$$\cos\alpha = \frac{2+1}{\sqrt{5}\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Longrightarrow \alpha = 18^{o}26'6''$$

**Problema 7** *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (2,-1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.
**Solución:**

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{5} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{6}{\sqrt{5}}, \frac{-3}{\sqrt{5}}\right)$$

**Problema 8** *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(2,0)$ y radio $r = \sqrt{5}$
**Solución:**

$$(x-2)^2 + (y-0)^2 = 5 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$$

**Problema 9** *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$, calcular su centro y su radio.
**Solución:**

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -6 \Longrightarrow a = 3 \\ n = -2b = -4 \Longrightarrow b = 2 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 9 \Longrightarrow r = 2 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(3,2) \;\; r = 2$$